

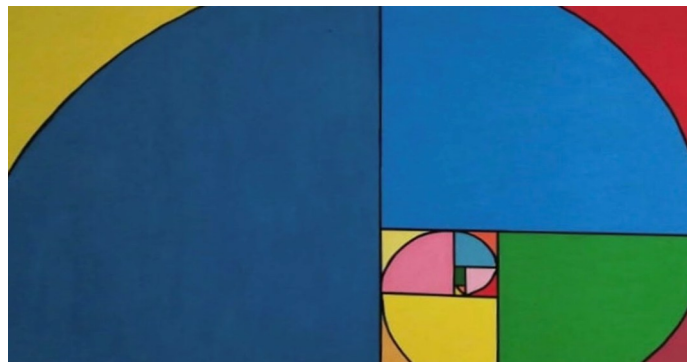


Istituto d'Istruzione Superiore
Silvio D'Arzo

Liceo Scientifico, Tecnico Economico, Tecnico Tecnologico, Professionale Industria e Artigianato

Matematica al liceo senza problemi...(o quasi)

Guida in preparazione al primo anno del liceo scientifico



INTRODUZIONE

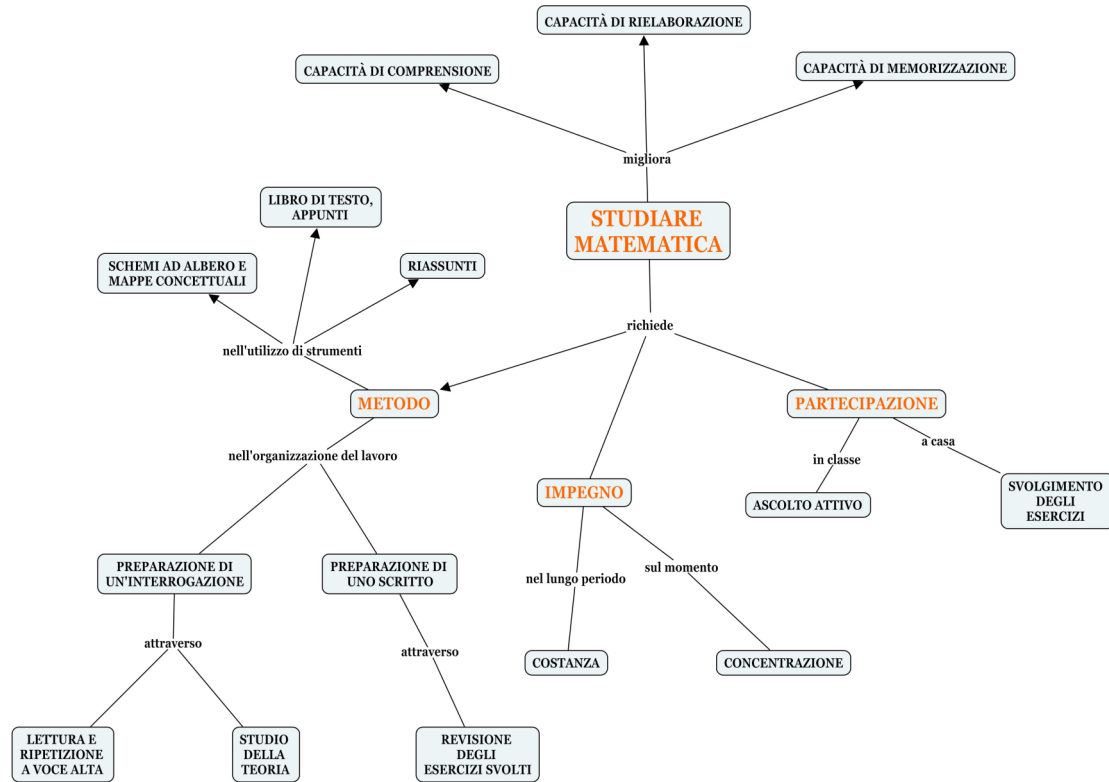
Da più di vent'anni l'Istituto D'Arzo porta avanti progetti di Matematica in rete con scuole secondarie di I grado, forse anche tu hai utilizzato lo scorso anno in un corso di potenziamento gli HyperDocs, realizzati dai ragazzi del liceo scientifico per aiutarti nel ripasso di geometria e per introdurre la logica matematica. L'obiettivo di questi progetti è quello di costruire un percorso in continuità con gli altri docenti di matematica del territorio che potenzi le basi matematiche degli studenti per affrontare la scuola secondaria superiore in modo efficace.

La matematica sarà per te fondamentale in questi anni: ti aiuterà nello studio della fisica per la quale l'aspetto quantitativo è essenziale, negli esercizi di scienze che permettono una comprensione maggiore dei concetti teorici, ti servirà per la parte di calcoli che accompagna l'esecuzione degli esperimenti in laboratorio ma non solo. Studiare matematica infatti non ha come unico obiettivo imparare delle nozioni e a "fare i conti" ma anche quello di abituarsi ad essere critici e a "ragionare in modo corretto". Le abilità coinvolte nello studio della matematica sono molteplici: argomentare, fare ipotesi, dimostrare, misurare, porsi e risolvere problemi. In questo libretto abbiamo raccolto alcuni consigli e attività per presentarti i diversi aspetti di questa disciplina ed introdurti allo studio della "matematica delle superiori"; ci siamo concentrati in particolare sulla risoluzione di problemi. Non è necessario che tu li risolva tutti, solo alcuni per ogni sezione; molti verranno ripresi e spiegati a settembre. Affrontare tanti problemi è il miglior modo per una partenza...senza problemi!

Buon lavoro!

I docenti di matematica del Liceo Scientifico D'Arzo

LO STUDIO DELLA MATEMATICA



LE PAROLE E IL METODO DELLA MATEMATICA

Il sapere matematico è frutto di un lungo percorso fatto di congetture, verifiche, argomentazioni e, infine, sistemazione teorica: questo vale sia per il sapere ufficiale che per il percorso che tu seguirai con la tua classe. Per imparare questo metodo bisogna sperimentarlo in modo critico, senza tralasciare di esaminare anche le ipotesi scorrette o le strategie infruttuose che possono emergere nella risoluzione di un problema. Conoscere il modo di ragionare della nostra mente in matematica infatti è molto importante non solo se è corretto ma soprattutto se è scorretto perché ci insegna ad analizzare in modo critico il nostro modo di procedere. Prima di cominciare richiamiamo alcuni termini molto usati:



Puoi scoprire l'etimologia e il significato preciso dei termini nel [MINI DIZIONARIO](#) allegato.

TRADURRE

La traduzione è un processo che parte da un testo A per arrivare ad un testo B; nella scuola è considerata un'operazione che riguarda le lingue ma anche in matematica bisogna essere dei buoni traduttori: dal linguaggio verbale a quello simbolico e viceversa. Non si tratta di un compito semplice, richiede ragionamento e, a volte, creatività perciò è importante esercitarsi nei diversi tipi di “traduzioni matematiche”. Esegui quelle indicate nei seguenti esercizi.

Dalle parole alle espressioni : scrivi a fianco di ogni frase l'espressione corrispondente

- a) “sottrarre 3 al risultato della divisione di 12 per la differenza tra 5 e 1”
- b) “dividere 18 per la differenza tra 9 e il prodotto di 3 per 2”
- c) “dividere per 5 la differenza tra 15 e il prodotto di 5 per 2”
- d) “moltiplicare per 7 la differenza tra 10 e 8, sottrarre al risultato 14”
- e) “sommare 7 al prodotto di 12 per la somma di 4 e la differenza tra 5 e il prodotto di 3 per 1”

Dalle espressioni alle parole: traduci le seguenti espressioni

$12 - 6:3;$	$15+7 \cdot 3;$	$(12+6:3):7;$	$(15 - 10) \cdot 3+2;$
$(15:5 - 2) - 1;$	$8 \cdot (12:6 - 2)+1;$	$4:[(15:3 - 3)]+2;$	$6 - [15 : (2+3)]$

Dai problemi alle espressioni: individua le espressioni corrispondenti ai seguenti problemi

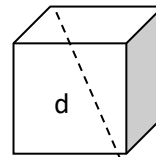
1. Anna riceve dalla madre 8 € e va a comprare 2 scatole di colori del costo di 3 € l'una. Al ritorno si ferma dalla nonna che le regala 5 €. Con quanto denaro arriva a casa sua Anna?

2. Luca e suo fratello Andrea vanno al cinema ricevendo 10 € ciascuno dai genitori. Il costo di un biglietto è di 5 €; Luca acquista prima di entrare al cinema una bibita del costo di 2 €, mentre Andrea compra 2 pacchetti di patatine da 2 € l'uno; complessivamente quanto denaro portano a casa i due fratelli?

Dalle espressioni ai problemi:

1. Nel seguente problema, espresso in linguaggio grafico, mancano le incognite. Dopo avere scelto le incognite che ritieni opportune, formula il problema in linguaggio verbale:

Dati	Incognite
Area totale = $13,5 \text{ dm}^2$	



2. La seguente espressione è la soluzione di un problema relativo all'area totale di un prisma retto a base quadrata. Dopo avere stabilito dati ed incognite, formula tu il problema che si risolve con l'espressione data:

$$2 \times 5^2 + (5 \times 8) \times 4$$

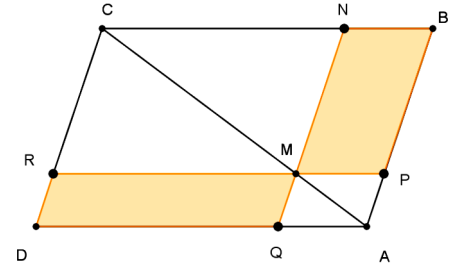
DIMOSTRARE

Uno degli aspetti fondamentali del pensiero matematico riguarda la ricerca di proprietà geometriche (o aritmetiche) valide e del “perché” lo siano. Argomentare in modo rigoroso questo “perché” si dice **dimostrare** e le proprietà dimostrate si dicono **teoremi**. Esistono dimostrazioni lunghissime: a quella del “teorema gigante”, lunga 15000 pagine, hanno collaborato più di cento matematici di diverse nazioni. A scuola le dimostrazioni sono brevi ma fondamentali, anche se a volte sembrano riguardare proprietà che si direbbero evidenti.

Prima di imparare a dimostrare è necessario comprendere la struttura delle proposizioni : la frase che esprime il teorema si dice **enunciato** e si divide in una parte che illustra i dati (**ipotesi**) ed una che illustra la proprietà (**tesi**).

Esempio di enunciato

Se da un punto M della diagonale AC di un parallelogramma $ABCD$ si conducono le parallele ai lati, i parallelogrammi $PBNM$ e $QMRD$, che non sono attraversati dalla diagonale sono equivalenti



La prima parte in corsivo introduce i dati (quindi è ipotesi) ed è una sorta di premessa alla proprietà vera e propria che è invece espressa dalla frase sottolineata (è la tesi).

Ora prova tu:

- 1) In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.

Ipotesi:.....

Tesi:.....

- 2) In un triangolo isoscele gli angoli adiacenti alla base sono congruenti.

Ipotesi:.....

Tesi:.....

Per dimostrare un teorema imparerai ad utilizzare le ipotesi e inoltre:

- ♦ proposizioni ammesse senza dimostrazione che sono alla base di una teoria (si chiamavano **postulati** ma oggi si preferisce definirle **assiomi**)
- ♦ **definizioni** degli oggetti di cui si parla nei dati , in cui possono comparire anche termini non definiti detti **termini primitivi**).

RISOLVERE PROBLEMI : FASI

Per risolvere un problema inizia dimenticando che l'obiettivo è “trovare il risultato”: non metterti subito a fare calcoli ma concentrati inizialmente sul testo e cerca di comprenderlo. Un comportamento frequente degli studenti è di inserire i dati nella prima formula che viene in mente con esiti disastrosi. Non preoccuparti se non ti senti all'altezza del compito richiesto perché saper risolvere problemi non è un'abilità innata ma si impara con l'esercizio, esattamente come a camminare o a nuotare, riprovando senza farsi scoraggiare dalle difficoltà. Ecco alcuni consigli sulle fasi da seguire nella risoluzione:



RISOLVERE PROBLEMI: STRATEGIE

La matematica non consiste soltanto nell'applicare formule. Molti problemi richiedono di individuare una strategia efficace prima ancora di eseguire i calcoli.

1. Posso fare un disegno?

Un disegno, uno schema o un grafico aiutano a visualizzare la situazione e a comprendere meglio le relazioni tra i dati.

2. Posso costruire una tabella?

Una tabella permette di organizzare le informazioni e di individuare regolarità che altrimenti potrebbero sfuggire.

3. Posso utilizzare un diagramma ad albero?

Quando un problema prevede diverse scelte successive, un diagramma ad albero aiuta a elencare tutti i casi possibili senza dimenticarne nessuno.

4. Posso procedere per tentativi?

Talvolta può essere utile formulare un'ipotesi, verificarla e correggerla.

5. Posso lavorare a ritroso?

Se conosci il risultato finale, prova a chiederti quali passaggi potrebbero averlo generato.

6. Posso cercare una regolarità?

Osservando alcuni casi particolari è spesso possibile individuare una regola generale o formulare una congettura.

7. Ho davvero capito la domanda?

Prima di iniziare evidenzia i dati, individua la richiesta e riscrivi il problema con parole tue.

8. Posso semplificare il problema?

Risolvere prima una versione più semplice del problema aiuta spesso a capire come affrontare quella completa.

Un buon matematico comprende il problema, sceglie una strategia, verifica il risultato ottenuto ed è pronto a cambiare strada se la prima non funziona.

Problema svolto 1

Sara ha 14 anni, suo padre ne ha 44.

Quanti anni dovranno passare perché l'età di Sara sia la metà di quella del padre ?

<u>Analizza il problema</u>	Dati	Sara ha 14 anni Il papà di Sara ha 44 anni	e_S e_P
	Richiesta	Fra quanti anni l'età di Sara sarà la metà di quella del padre	$e_S = \frac{1}{2} \cdot e_P$
<u>Individua l'algoritmo</u>	Età di Sara tra x anni		$14 + x$
	Età del padre di Sara tra x anni		$44 + x$
	Relazione tra i dati tra x anni		$(14 + x) = \frac{1}{2} (44 + x)$
<u>Esegui i calcoli</u>	$(14 + x) = \frac{1}{2} (44 + x)$ $28 + 2x = 44 + x$ $x = 44 - 28$ $x = 16$		
<u>Verifica i risultati</u>	Risultato accettabile		

Problema svolto 2

In un trapezio isoscele ABCD (AB base maggiore) il perimetro è 108 cm e il lato obliquo misura 25 cm. Condotta dal vertice C la parallela al lato AD, sia E la sua intersezione con AB. Sapendo che il perimetro del triangolo BCE è 68 cm, determina la misura delle basi del trapezio.

<u>Analizza il problema</u>	Dati	$2p(ABCD) = 108 \text{ cm} \quad \overline{BC} = 25 \text{ cm}$ $2p(BCE) = 68 \text{ cm}$
	Richieste	$\overline{AB} = ? \quad \overline{DC} = ?$
<u>Individua l'algoritmo</u>	Relazioni tra i dati	CE e AD paralleli; AE e DC paralleli $AECD$ parallelogramma; $CE \cong AD \cong BC$
	Operazioni	Ricavare $\overline{EB}$ dal triangolo BCE Ricavare le misure delle basi da $\overline{EB}$
<u>Esegui i calcoli</u>	$\overline{EB} = 68 - 25 - 25 = 18$ $2p(AECD) = 108 - 18 = 90$ $\overline{AE} + \overline{DC} = 90 - 25 - 25 = 40 \quad \overline{DC} = 20$	
<u>Verifica</u>	Risultato accettabile	

ANALIZZARE IL TESTO

Per rafforzare l'abilità di comprendere il testo di un problema è indispensabile conoscere termini frequentemente usati nella sua formulazione, tra cui particolarmente importante è l'avverbio **rispettivamente**; un utile esercizio è esercitarsi a riscrivere un testo con altre parole o a riconoscere testi equivalenti.

Rispettivamente

Rispettivamente è un avverbio della lingua italiana molto usato nei problemi di matematica. Per comprendere il suo significato leggi attentamente gli esempi seguenti:

“Per raggiungere la stazione puoi prendere il tram o l'autobus. I biglietti costano **rispettivamente** 0,75 euro e 1 euro” (il biglietto del tram costa 0,75 euro mentre il biglietto dell'autobus costa 1 euro).

“Anna, Maria e Andrea sono fratelli, **rispettivamente** di 8 anni, 9 anni e 10 anni” (Anna ha 8 anni, Maria ha 9 anni e Andrea ha 10 anni.)

“La base e l'altezza di un triangolo isoscele misurano **rispettivamente** 10 cm e 15 cm”.
(la base misura 10 cm e l'altezza misura 15 cm).

Dagli esempi fatti avrai capito che **rispettivamente** si riferisce all'ordine in cui si trova una serie di dati.

Ora prova tu.

Leggi attentamente le frasi e rispondi alle domande

Andrea e Luigi sono usciti rispettivamente con la bicicletta e con il motorino.
Chi è uscito con il motorino?.....

I segmenti AB e CD misurano rispettivamente 18 cm e 20 cm.
Quanto misura il segmento AB?.....

Monica, Gloria e Giorgia sono alte rispettivamente 155 cm, 160 cm e 162 cm.
Quanto è alta Gloria?.....

Trasforma le frasi che ti proponiamo in altre equivalenti usando in modo opportuno l'avverbio rispettivamente

Giulio pesa 30 kg, Marco pesa 32 kg e Matteo pesa 28 kg.
Matteo, Marco e Giulio pesano

In un rettangolo la base misura 18cm e l'altezza misura 20 cm.
In un rettangolo l'altezza e la base

In un trapezio la base maggiore misura 30 cm, la base minore misura 20 cm e l'altezza misura 8 cm.
In un trapezio l'altezza, la base minore e la base maggiore

Leggi attentamente il seguente problema:

La nonna di Mario ha regalato al nipote 35 euro per il suo compleanno. Il giorno seguente Mario è andato in un negozio di giocattoli e ne ha speso $\frac{6}{7}$. Quanti soldi sono rimasti a Mario?

Uno solo dei testi seguenti è equivalente a quello dato. Quale?

- a) Mario ha ricevuto dalla nonna 35 euro per il suo compleanno. Il giorno seguente Mario ha speso, in un negozio di giocattoli, $\frac{6}{7}$ della somma ricevuta. Quanti sono i soldi spesi da Mario?
- b) Mario ha ricevuto dalla nonna 35 euro per il suo compleanno. Il giorno seguente Mario ha speso, in un negozio di giocattoli, $\frac{6}{7}$ della somma ricevuta. Quale frazione dei soldi è rimasta a Mario?
- c) Mario ha ricevuto dalla nonna 35 euro per il suo compleanno. Il giorno seguente Mario ha speso, in un negozio di giocattoli, $\frac{6}{7}$ della somma ricevuta. Quanti soldi sono rimasti a Mario?
- d) La nonna ha regalato a Mario 35 euro per il suo compleanno. Mario in un negozio di giocattoli ha speso $\frac{6}{7}$ della somma ricevuta. Quanti euro ha speso Mario?

Due soli dei seguenti testi hanno lo stesso significato. Quali sono?

- a) Un prisma, la cui altezza misura 12 cm, ha per base un trapezio rettangolo tale che l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base maggiore e la base minore è la metà di quella maggiore. Sapendo che la base maggiore del trapezio misura 60 cm, calcola l'area della superficie totale del prisma.
- b) Un prisma avente l'altezza di 12 cm ha per base un trapezio rettangolo nel quale la base maggiore misura 60 cm e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base maggiore, che è il doppio della base minore. Calcola l'area della superficie totale del prisma.
- c) Un prisma che ha l'altezza di 12 cm ha per base un trapezio rettangolo nel quale la base maggiore misura 60 cm e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base minore, che è la metà della base maggiore. Calcola l'area della superficie totale del prisma.
- d) Calcola l'area della superficie totale di un prisma avente per base un trapezio rettangolo, sapendo che l'altezza del prisma è $\frac{3}{4}$ della base maggiore del trapezio, che la base minore è la metà della base maggiore e che l'altezza del trapezio misura 12 cm.

Due soli dei seguenti testi hanno lo stesso significato. Quali sono?

- a) *Francesco acquista 5 matite e 9 quaderni, spendendo in tutto 74 €. Sapendo che il prezzo di un quaderno supera quello di una matita di 2 €, calcola il prezzo di un quaderno e quello di una matita.*
- b) *Francesco acquista 5 matite e 9 quaderni, spendendo complessivamente 74 €. Sapendo che il prezzo di un quaderno è di 2 € inferiore a quello di una matita, calcola quanto costa un quaderno e quanto costa una matita.*
- c) *Francesco acquista 5 matite e 9 quaderni, spendendo complessivamente 74 €. Sapendo che il prezzo complessivo dei quaderni supera quello delle matite di 2 €, calcola quanto costa un quaderno e quanto costa una matita.*
- d) *Francesco acquista 5 matite e 9 quaderni, spendendo complessivamente 74 €. Sapendo che il prezzo di un quaderno è di 2 € superiore a quello di una matita, calcola quanto costa un quaderno e quanto costa una matita.*

Due soli dei seguenti testi hanno lo stesso significato. Quali sono?

- a) *Calcola l'area totale di un cono avente la circonferenza di base lunga 16π cm, sapendo che il cono è equivalente a un cilindro che ha l'area laterale di 648π cm² e che l'altezza del cono è di 24 cm*
- b) *Un cono è equivalente a un cilindro alto 24 cm. Sapendo che il cono ha la circonferenza di base lunga 16π cm e l'area laterale di 648π cm²; calcola l'area totale del cono.*
- c) *Un cono alto 24 cm è equivalente a un cilindro avente la circonferenza di base lunga 16π cm e l'area laterale di 648π cm²; calcola l'area totale del cono.*
- d) *Un cilindro e un cono sono equivalenti. Si sa che la circonferenza di base del cilindro misura 16π cm e che l'area laterale del cilindro è di 648π cm². Calcola l'area totale del cono sapendo che la sua altezza misura 24 cm.*

RIFORMULARE IL TESTO

Fin dall'antichità l'uomo ha risolto problemi, alcuni scritti in una forma originale, come quelli seguenti posti attraverso una filastrocca, una vignetta o un dialogo. Riscrivine in modo diverso il testo (discorsivo e dettagliato, per renderlo il più chiaro possibile) e poi risolvi.

I sette gatti (lo scriba Ahmes, 1650 a.C.)

In una proprietà ci sono sette case
In ogni casa ci sono sette gatti
Ogni gatto acchiappa sette topi
Ogni topo mangia sette spighe
Ogni spiga dà sette hequat* di grano
Quanto è il totale?

(*misura di capacità egizia pari a circa 0,4 litri)

Il problema di Piperita Patty (Schulz, 1960)



Dialogo da un problema INVALSI (2009-2010)



INDIVIDUARE L'EQUAZIONE RISOLUTIVA

Esempi

1. Stefano lavora in un bar. Viene pagato 8 euro se lavora all'ora di pranzo e 11 euro se lavora all'ora di cena. Se lavora la domenica il suo datore di lavoro gli dà in più una mancia di 15 euro. Questa domenica Stefano ha lavorato sia a pranzo che a cena. Sapendo che a pranzo ha lavorato 2 ore e che a fine giornata ha guadagnato 75 euro, quante ore ha lavorato a cena?

Se indichiamo con x il numero di ore che ha lavorato a cena possiamo impostare l'equazione:

$$2 \cdot 8 + 11x + 15 = 75$$

Da cui otteniamo $x=4$; Stefano a cena ha lavorato 4 ore.

2. Elena e Federica vanno nello stessa cartoleria e comprano lo stesso tipo di prodotti: Elena acquista 6 quaderni e 2 gomme e spende in tutto 14 euro. Federica acquista 5 quaderni e 1 gomma spendendo 11 euro. Se le gomme costano 1 euro, quanto costano i quaderni? Se indichiamo con x il costo di un quaderno possiamo scrivere le equazioni

$$6x + 2 = 14 \text{ e } 5x + 1 = 11$$

In risultato di entrambe è $x=2$ che il costo cercato.



INDIVIDUARE L'EQUAZIONE RISOLUTIVA

Ora prova tu

1. In tabella sono riportati i prezzi di due negozi che noleggiavano *mountain bike*. Scegli fra le seguenti equazioni quella che permette di calcolare per quale numero di giorni il noleggio ha lo stesso costo nei due negozi.

Negoziro A	Negoziro B
10 euro di quota fissa	12 euro di quota fissa
6 euro per ogni giorno	5 euro per ogni giorno

A. $10+6=12+5x$

B. $10+6x=12+5$

C. $10+6x=12+5x$

D. $(10+6)x = (12+5)x$

2. Paola è andata al centro commerciale ed ha speso in profumeria un quinto del denaro che aveva preso con sé poi in un negozio sportivo la metà dl denaro rimanente. Sapendo che le sono rimasti 20 euro, quale delle seguenti equazioni permette di determinare lquantità di denaro x con cui uscita da casa?

A ☐ $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + 20 = x$

C ☐ $\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}x + 20 = x$

B ☐ $\frac{1}{5}x + \frac{1}{2}x = x + 20$

D ☐ $\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + 20 = x$



CONTARE E PREVEDERE

Molti problemi di matematica richiedono di contare tutti i casi possibili o di valutare quanto sia probabile che si verifichi un evento. In questa sezione scoprirai alcuni strumenti fondamentali per affrontare problemi di conteggio e di probabilità, utilizzando tabelle, diagrammi ad albero o semplici ragionamenti.

Il principio fondamentale del calcolo combinatorio

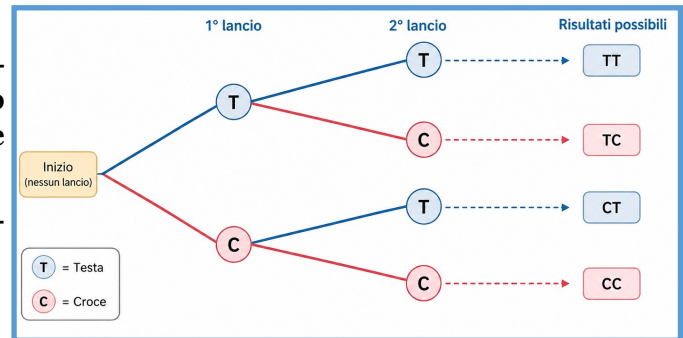
Se un'attività è composta da più scelte successive, il numero totale dei casi possibili si ottiene moltiplicando il numero delle possibilità di ogni scelta.

Esempio: una password è composta da una lettera scelta tra A, B, C e da un numero scelto tra 1, 2, 3, 4. Le password possibili sono $3 \times 4 = 12$.

L'albero delle possibilità

Quando i casi non sono molti conviene rappresentarli con un diagramma ad albero. Questo metodo permette di visualizzare tutti i risultati possibili e di non dimenticarne nessuno.

Esempio: lanciando una moneta due volte si ottengono i casi TT, TC, CT e CC.



CONTARE E PREVEDERE

La tabella a doppia entrata

In alcune situazioni una tabella può sostituire l'albero delle possibilità. È particolarmente utile quando si combinano i risultati di due esperimenti, ad esempio il lancio di una moneta e di un dado

Esempio: lanciamo una moneta e un dado.
Quali sono tutti i risultati possibili?



Moneta
T = Testa
C = Croce



Dado
1, 2, 3, 4, 5, 6

MONETA	DADO					
	1	2	3	4	5	6
T (Testa)	(T,1)	(T,2)	(T,3)	(T,4)	(T,5)	(T,6)
C (Croce)	(C,1)	(C,2)	(C,3)	(C,4)	(C,5)	(C,6)



Ogni casella rappresenta un risultato possibile.
In totale i risultati possibili sono 12 (2×6).

CONTARE E PREVEDERE

DEFINIZIONE

Quando tutti i casi possibili sono ugualmente probabili, la probabilità di un evento è:

$$\text{Probabilità} = \frac{\text{casi favorevoli}}{\text{casi possibili}}$$

Per applicare questa definizione occorre individuare correttamente tutti i casi possibili e contare quelli favorevoli all'evento richiesto.

Esercizi guidati

1. Completa l'albero dei casi possibili per tre lanci consecutivi di una moneta.
2. Elenca tutti i risultati possibili ottenuti lanciando una moneta e un dado.
3. Elenca tutti i risultati possibili ottenuti lanciando due dadi.
4. Costruisci una tabella a doppia entrata per rappresentare i risultati di un lancio di moneta seguito dal lancio di un dado.

Problema svolto 1

Si lancia una moneta due volte. Qual è la probabilità di ottenere esattamente una testa?

Casi possibili: TT, TC, CT, CC (4 casi). Casi favorevoli: TC e CT (2 casi). Probabilità = $2/4 = 1/2$.

Problema svolto 2

Si lancia una moneta e poi un dado. Qual è la probabilità di ottenere una croce e un numero pari?

I casi possibili sono $2 \times 6 = 12$. I casi favorevoli sono (C,2), (C,4), (C,6): 3 casi. Probabilità = $3/12 = 1/4$.

Quesiti

1. Si lancia una moneta una sola volta. Qual è la probabilità di ottenere testa?
2. Si lancia un dado. Qual è la probabilità di ottenere un numero pari?
3. Si lancia una moneta due volte. Qual è la probabilità di ottenere due teste?
4. Si lancia una moneta e poi un dado. Qual è la probabilità di ottenere una croce e un numero dispari?
5. Marco, Lorenzo e Livia lanciano due volte una moneta per decidere chi laverà i piatti. Se escono due croci vince Marco, se escono due teste vince Livia, se escono una testa e una croce vince Lorenzo. Tutti hanno la stessa probabilità di essere scelti?

Quesiti

6. Anna e Daniele giocano con due dadi. Anna vince se il prodotto è pari, Daniele se il prodotto è dispari. Chi ha maggiore probabilità di vincere?
7. In un sacchetto A ci sono 4 palline rosse e 8 nere; in un sacchetto B ci sono 4 palline rosse e 6 nere. Da quale sacchetto conviene estrarre?
8. In un club sportivo ci sono 20 maschi minorenni, 15 maschi maggiorenni, 18 femmine minorenni e 22 femmine maggiorenni. Qual è la probabilità che una persona scelta a caso sia un maschio?
9. In un'indagine sul tempo libero il 10% degli studenti preferisce la lettura. Qual è la probabilità che uno studente scelto a caso preferisca la lettura?
10. Matilde compie gli anni in giugno. Supponendo che ogni giorno del mese sia ugualmente probabile, qual è la probabilità che il compleanno cada in un giorno festivo?

Sfide finali

- 1) Si lanciano due dadi. È più probabile ottenere una somma uguale a 7 oppure una somma uguale a 2? Spiega la risposta contando i casi favorevoli.
- 2) Si lancia una moneta tre volte. Qual è più probabile: ottenere tre teste, ottenere esattamente due teste oppure ottenere almeno una testa? Motiva con un diagramma ad albero.

PROBLEMI CON I NUMERI NATURALI

1. La classe 2A liceo è formata da 21 alunni. Le femmine sono il doppio dei maschi. Sapendo che oggi sono assenti due femmine e un maschio, quante femmine sono presenti?
2. Un sondaggio condotto in una classe di 24 alunni ha fornito questi dati: 10 alunni amano la fisica; 16 alunni amano la matematica; 5 amano sia la fisica che la matematica. Quanti alunni non amano né la fisica né la matematica?
3. Pollicino, nella famosa fiaba omonima, scappò dall'orco dopo avergli sfilato gli stivali delle sette leghe che gli consentivano di percorrere con un solo passo 4 km anziché 30 cm . Li indossò per raggiungere una località distante 470 km. Se percorse la distanza con il minor numero di passi possibile, quanti passi fece usando gli stivali e quanti senza?
4. Piazza Augusto Imperatore è capolinea di tre tram: A,B e C. A parte ogni 15 minuti, B ogni 10 e C ogni 20 minuti. Alle 6 partono contemporaneamente tutti e tre. Ogni quanto partono di nuovo tutti insieme?
5. Dalla terrazza di un albergo si possono vedere i 60 ombrelloni del bagnino Adoro sotto i quali ha sistemato 96 lettini. Sapendo che può sistemare al massimo due lettini sotto ogni ombrellone e ne ha messo almeno uno sotto ognuno, quanti ombrelloni ne hanno uno solo?



PROBLEMI SUI SISTEMI DI NUMERAZIONE

Il nostro sistema di numerazione è posizionale: è formato da un insieme di segni il cui significato cambia al variare della posizione che occupano nel numero. La nostra base è 10 ed utilizza 10 simboli diversi dall'1 al 9. Il significato dei segni si può rendere esplicito rappresentando un numero in forma polinomiale:

$$2538 = 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

Analogamente il sistema posizionale binario utilizzerà due segni (0,1) ed i numeri corrispondenti possono essere individuati scrivendo una forma polinomiale con potenze di 2.

$$1010011 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 83$$

1. Un programmatore deve scrivere una variabile con 32 bit (cioè 32 cifre binarie, da *bi(nary) (digi)t*). Sapendo che la prima cifra rappresenta il segno del numero (0=positivo; 1=negativo), quale sarà il massimo numero rappresentabile?
2. Un giorno un marziano vede, insieme ad un astronauta terrestre, un certo numero di asteroidi. Interrogati su quale sia il numero complessivo di asteroidi visti, l'astronauta risponde "56", mentre il marziano afferma "132". Quante dita hanno i marziani? (Se i terrestri utilizzano la base decimale perché hanno dieci dita, allora si suppone che anche i marziani abbiano scelto una base corrispondente al numero delle dita).



PROBLEMI CON FRAZIONI E NUMERI DECIMALI

1. Un'associazione sportiva ha 150 atleti e ogni iscritto pratica un solo sport: pallavolo, calcio o atletica leggera. Praticano calcio $\frac{2}{5}$ degli iscritti e $\frac{1}{3}$ degli atleti pallavolo. Quanti si dedicano all'atletica?
2. Un fiorista ha ordinato 360 piante: $\frac{3}{10}$ sono piante grasse e $\frac{5}{8}$ sono piante fiorite. Quante sono le piante verdi ordinate?
3. Un automobilista, dopo aver fatto il pieno dal benzinaio, percorre 720 km consumando $\frac{5}{6}$ del carburante. Entro quanti chilometri dovrà fermarsi per fare rifornimento? E se ci fosse una riserva aggiuntiva di carburante pari a $\frac{1}{8}$ del serbatoio?
4. Da un questionario sulle attività sportive degli studenti di una classe emerge che $\frac{1}{3}$ pratica nuoto; tra i rimanenti $\frac{1}{4}$ gioca solo a calcio, $\frac{1}{4}$ solo a pallavolo, mentre 6 ragazzi praticano altri sport. Da quanti alunni è composta la classe?
5. In un treno sono stati prenotati $\frac{7}{8}$ dei posti disponibili. L'importo complessivo dei biglietti venduti è stato di €1729, e ogni biglietto è costato €13. Calcola il numero complessivo dei viaggiatori e il numero massimo di passeggeri che il treno può trasportare.
6. Mariano ha cambiato 1200 euro in dollari prima di partire per un viaggio con il cambio: 1 euro=1,3 dollari. Durante la permanenza all'estero utilizza sempre la carta di credito perciò al ritorno ha cambiato di nuovo tutti i dollari in euro. Se riceve soltanto 1040 euro, qual è il cambio applicato la seconda volta?

PROBLEMI CON LE PERCENTUALI

1. Il signor Cavalli paga per il telefono 40 euro al mese. Decide di cambiare compagnia telefonica e prende in considerazione due offerte. Offerta A: permette un risparmio del 4 % rispetto alla sua tariffa attuale. Offerta B: permette un risparmio di 4 euro al mese rispetto alla sua tariffa attuale. Con quale delle due offerte il signor Rossi spenderebbe di meno?
2. Giulia ha letto 98 pagine di un libro che corrispondono al 28% del numero totale delle pagine. Quante sono le pagine del libro?
3. Una nota catena di sale cinematografiche offre la tessera CINEFANS PLUS che costa 29 € per 5 ingressi. Un biglietto singolo per il cinema costa 8,5 €; a quanto ammonta su 5 entrate il risparmio che consente la tessera? Romeo è un dipendente e può usufruire dello sconto del 15% sul costo dei singoli biglietti, è conveniente per la tessera CINEFANS PLUS per 5 ingressi? E per 4 ingressi?
4. In un istituto superiore il 51% degli studenti sono maschi e il 49% sono femmine. I maschi sono in 16 in più delle femmine. Quanti sono gli studenti dell'istituto?
5. Il 10% dei partecipanti a una corsa si ritira dopo 5 km. Il 20% dei rimanenti si ritira dopo altri 5 km. Solo il 50% di quelli rimasti arriva al traguardo. Quale percentuale dei partecipanti alla corsa è giunta al traguardo?

A. 80%

B. 20%

C. 50%

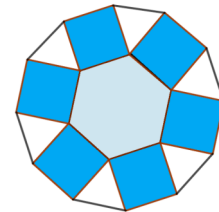
D. 36%

PROBLEMI CON MISURE ED EQUIVALENZE

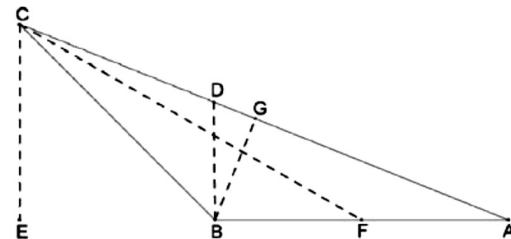
1. Una confezione da 15 DVD costa 10 euro. Calcola il costo di un DVD ed esprimilo con la corretta unità di misura
2. Il pavimento di una stanza quadrata deve essere ricoperto da mattonelle quadrate di lato 20 cm. Ogni mattonella costa 0,50 € e per la manodopera si spendono 20 € all'ora. Se il muratore lavora per 10 ore e la stanza ha il lato che misura 6 m, quanto costa pavimentare la stanza?
3. Si vuole recintare un terreno di forma rettangolare: un lato misura 40 m, la diagonale 50 m. Se ogni metro di recinzione costa 3 euro, quanto costa recintare il terreno?
4. Un contadino vuole seminare del grano in un orto a forma di trapezio rettangolo distribuendo 30 g di grano su ogni m^2 di terreno. Le basi del trapezio sono 20 m e 35 m, il lato obliquo 25 m. Quanto grano deve comprare il contadino?
5. Un orafo vuole realizzare un ciondolo d'oro a forma di triangolo rettangolo di cateti 3 cm e 4 cm e spessore 1mm. Sapendo che 1 cm^3 di oro è 19,3 g e che 1g gli costa 30 euro, quanto gli viene a costare?
6. Un recipiente contiene 1 m^3 di aranciata. Quante lattine da 33 cl si possono riempire con il suo contenuto? Sapendo che l'aranciata in lattina viene venduta a 7,6 euro/l, quanto si ricava dalla vendita delle lattine riempite ?

PROBLEMI SU FIGURE E PROPRIETÀ

Per un ripasso guidato della parte di geometria puoi utilizzare un Hyper-Docs realizzato da ragazzi della terza liceo per il progetto MATe-learning, che trovi al seguente link: [Ripasso di geometria](#)



1. Il motivo di un pavimento di un'antica casa romana di Assisi può essere schematizzato geometricamente con la costruzione geometrica realizzata con Geogebra a fianco: è composta da un esagono centrale sui cui lati sono stati costruiti dei quadrati collegati infine da 6 segmenti a formare un dodecagono. Rispondi alle seguenti domande argomentando le tue risposte;
 - a. I triangoli costruiti sui lati dell'esagono sono equilateri?
 - b. Il dodecagono esterno ottenuto dalla costruzione è regolare?
 - c. Il perimetro dell'esagono è metà di quello del dodecagono?
 - d. L'area dell'esagono è metà di quella del dodecagono?
 - e. L'area di un quadrato è il doppio di quella di un triangolo equilatero con lo stesso lato?
2. Nella figura a lato individua quali dei segmenti rappresentati sono altezze del triangolo ABC.



PROBLEMI SU FIGURE E PROPRIETÀ

3. Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C come mostrato in figura 1. Le aree dei quadrati A e B sono rispettivamente 16 u^2 e 9 u^2 . Calcola il perimetro del poligono C.
4. Il rettangolo AFED in figura 2 è formato da due quadrati congruenti ABCD e BFEC con un lato in comune. Il perimetro di ciascun quadrato misura 36 cm. Quanto misura il perimetro del rettangolo AFED?
5. Nel triangolo ABC (figura 3) il segmento AM congiunge il vertice A con il punto medio del lato BC. Cosa possiamo dire dei triangoli ABM e AMC? Risultano equivalenti? Scegli la risposta e l'argomentazione giusta.
 - a. Sì, perché i triangoli ABM e AMC hanno una base e l'altezza ad essa relativa di uguali lunghezze
 - b. Sì, perché il lato AM è comune ai due triangoli
 - c. No, perché i triangoli ABM e AMC non sono congruenti.
 - d. No, perché AM è mediana e non altezza relativa al lato BC del triangolo ABC.

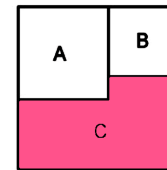


Figura 1

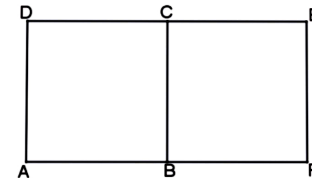


Figura 2

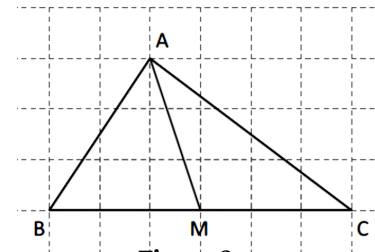


Figura 3

PROBLEMI SU AREE E VOLUMI

1. Nella figura 1 ogni quadretto ha il lato di 1cm. Quanto misura all'incirca l'area racchiusa dalla linea curva? Giustifica la tua risposta.
2. Osserva il parallelogramma ABCD (figura 2): M è il punto medio del lato AB e il triangolo MBC ha l'area che misura 8 cm^2 . Quanto misura l'area del parallelogramma?

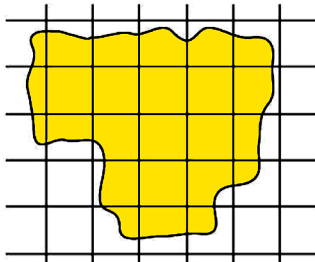


Figura 1

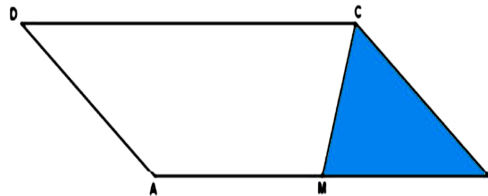


Figura 2

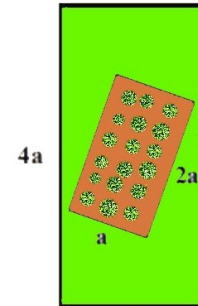


Figura 3

3. In un appezzamento di terreno rettangolare è stato costruito un orto (rettangolo più piccolo) come vedi in figura 3. Individua l'espressione algebrica che rappresenta la superficie di prato rimasta.

PROBLEMI SU AREE E VOLUMI

- Il lato del quadrato ABCD in figura 1 misura 6 cm, il segmento BF misura 2 cm. Individua la misura dell'area del triangolo colorato BFE.
- Calcola l'area del quadrilatero ABCD in figura 2.

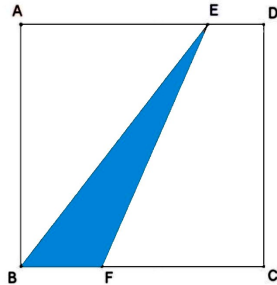


Figura 1

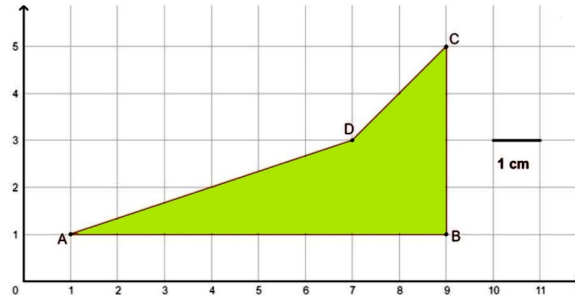


Figura 2

- Un quadrato ed un parallelogramma sono isoperimetrici. La differenza dei lati consecutivi del parallelogramma misura 85 dm e il lato maggiore è $\frac{8}{3}$ dl minore. Determina l'area dei due quadrilateri.

PROBLEMI SU AREE E VOLUMI

7. Nel quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF (figura 1); i segmenti DF e CE sono congruenti, sia x la misura della loro lunghezza. Individua l'espressione dell'area del triangolo AEF in funzione di x
(Suggerimento: l'area del triangolo si può ottenere come differenza tra l'area del quadrato e)
8. Da un foglio quadrato di cartoncino si ritagliano quattro quadratini di lato 1 cm, uno in ogni angolo come indicato in figura 2 (i quadratini sono evidenziati in giallo). Ripiegando le strisce laterali (figura 3) si ottiene una scatola (figura 4), qual è la sua capacità?

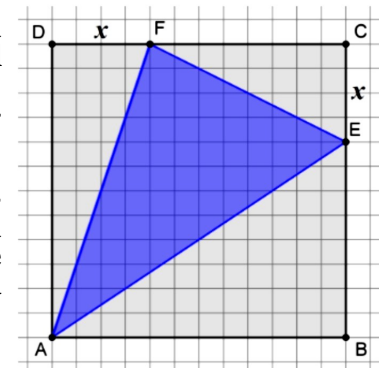


Figura 1

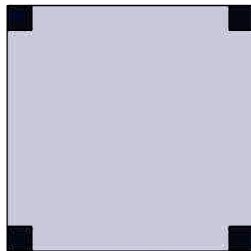


Figura 2

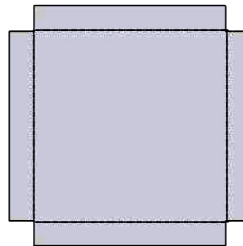


Figura 3

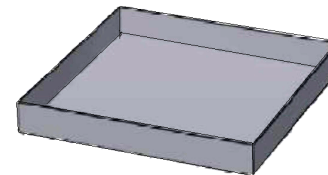


Figura 4

PROBLEMI SU AREE E VOLUMI

9. Un recipiente cilindrico di 10 cm di raggio contiene dell'acqua. Un mattone a base quadrata di 6 cm di lato e di altezza 12 cm viene appoggiato sul fondo del recipiente. Si osserva che l'acqua ora arriva esattamente al livello della base superiore del mattone. Dopo aver rappresentato graficamente la situazione determina il livello dell'acqua all'inizio.
10. In figura 1 è rappresentato un solido ottenuto da un cubo di spigolo a privato in corrispondenza di un vertice di un cubo di spigolo b . Individua un'espressione con a e b che consenta di calcolare il volume del solido ottenuto.

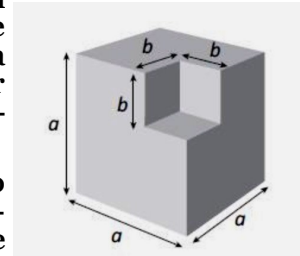


Figura 1

11. Osserva attentamente il solido in figura 2 e indica quale tra le figure A, B, C e D non può rappresentare il solido ruotato.

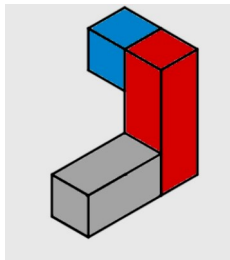
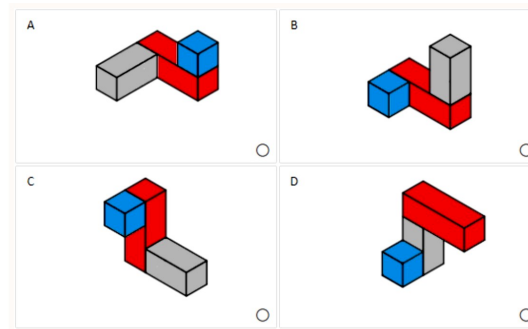


Figura 2



DALLA REALTÀ...PROBLEMI SUI TRIANGOLI RETTANGOLI

1. La scala rappresentata in figura 1, formata da 5 gradini profondi 24 cm e alti 18 cm l'uno, deve essere coperta da una tavola di legno utilizzata come scivolo per il trasporto di alcune merci. Quale delle seguenti espressioni permette di trovare la lunghezza dello scivolo?

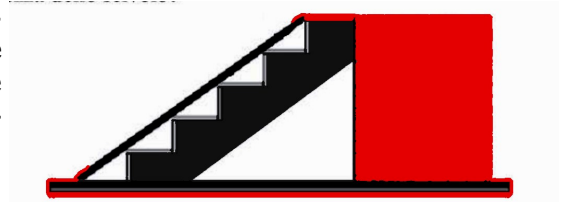


Figura 1

- A. $(\sqrt{18^2} + \sqrt{24^2}) \times 5$ C. $\sqrt{24^2 + 18^2} \times 5$
 B. $\sqrt{(24+18)^2} \times 5$ D. $\sqrt{(24^2 + 18^2)} \times 5$

2. Marcello ha comprato un nuovo frigorifero e per portarlo in cucina usa un carrello (figura 2). Quale delle seguenti espressioni ti permette di calcolare la massima distanza del punto B dal suolo quando il frigorifero viene trasportato col carrello?

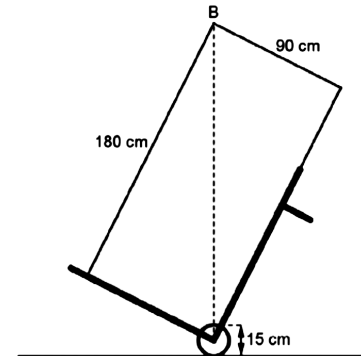


Figura 2

- A. ☐ $\sqrt{180^2 + 90^2} + 7,5$ C. ☐ $\sqrt{180 + 90} + 7,5$
 B. ☐ $\sqrt{180^2 - 90^2} + 7,5$ D. ☐ $\sqrt{180^2 + \sqrt{90^2}} + 7,5$

DALLA REALTÀ...PROBLEMI SUI TRIANGOLI RETTANGOLI

3. Una ditta deve installare dei pannelli solari su un box auto: la superficie su cui poggeranno i pannelli deve essere inclinata per ottimizzare l'assorbimento di raggi solari. Il progetto è schematizzato in figura 3 con le misure del box e dell'impalcatura da costruire. Calcola la misura dell'area della superficie che ospiterà i pannelli solari
4. In una tavoletta babilonese del 1800 a.C. si legge il questo: "Un bastone lungo 10 unità è appoggiato ad un muro (figura 2). Poi, scivola di 2 unità (figura 3). Di quante unità il piede del bastone si è allontanato dalla base del muro?"

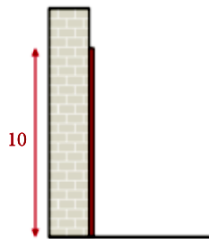


Figura 2

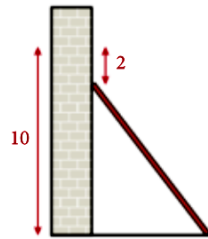


Figura 3

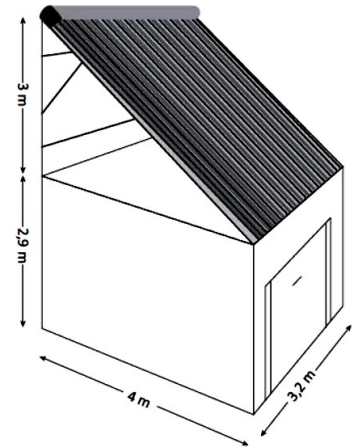


Figura 1

INDOVINELLI

1. Un salumiere ha tre bilance in negozio ma tutte inesatte: una segna 5 grammi in più, una 3 grammi in meno e l'ultima 1 grammo in meno. Purtroppo sono identiche e per pulirle le ha scambiate perciò non sa più quale errore sia associato ad ognuna. Come può determinare la massa esatta di una porzione di prosciutto utilizzando le tre bilance?
2. Uno sceicco lascia in eredità ai suoi tre figli rispettivamente $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{9}$ dei suoi cammelli con la raccomandazione di non uccidere animali nella spartizione. Ma quando muore lascia 17 cammelli, come andranno suddivisi tra i figli?
3. Un giorno il re chiamò il suo giullare preferito: "Caro giullare, sai dirmi l'età delle mie figlie? Sappi che il prodotto dell'età delle tre è 36, e che la somma è pari al numero di finestre che abbiamo di fronte". Il giullare replicò: "Sire, la soluzione è alla mia portata, ho solo necessità di un altro piccolo aiuto". Il re allora aggiunse: "La più grande ha gli occhi azzurri", e il giullare diede la risposta corretta. Quanti anni avevano le figlie del re?
4. Il re di un lontano paese ha condannato a morte tre uomini. Concede però loro una possibilità di salvezza: da un gruppo di tre cappelli bianchi e due cappelli neri sceglie tre cappelli e ne fa mettere uno ad ognuno di loro. Nessuno è in grado di vedere il proprio cappello, ma tutti, tranne uno che è cieco, vedono quello degli altri due. Chi indovina il colore del proprio cappello viene liberato, chi non risponde è condannato, ma chi risponde in modo errato viene torturato prima di essere condannato. Sono interrogati uno alla volta: il primo e il secondo, i due non ciechi, non rispondono perché non sono sicuri e temono di essere torturati. Può il cieco dare una risposta logica in modo da salvarsi?

VERSO LE OLIMPIADI DELLA MATEMATICA

Negli ultimi giorni di novembre nelle scuole superiori si svolge la prima fase delle Olimpiadi della Matematica, i Giochi di Archimede, aperti a tutti gli studenti, indipendentemente dalla classe frequentata. Partecipano in media 300.000 studenti di circa 1500 Scuole Superiori, distinti in due fasce: biennio e triennio. Questa fase prevede 20 domande a risposta multipla per i partecipanti che frequentano i primi due anni di scuole superiori, 25 per coloro che frequentano gli ultimi tre anni e i migliori studenti di ogni istituto sono selezionati - secondo criteri che variano da provincia a provincia - per la fase successiva.

I testi e le soluzioni delle prove degli anni precedenti sono disponibili sul sito dell'Università di Bologna all'indirizzo:

<http://olimpiadi.dm.unibo.it/area-downloads/>

Di seguito trovi alcuni problemi tratti dalla gara del biennio, prova a risolverli !

- 1) Cangrande von Rottweiler, noto cambiavalute, oggi ha scambiato 2 Baiocchi per 3 Doblioni e 2 Doblioni per un Baiocco e 3 Carlini. Quanti Carlini servono per fare un Baiocco?
(A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) non è possibile stabilirlo
- 2) ABC è un triangolo isoscele con $AB=AC$. H è un punto del lato AB tale che CH sia la bisettrice dell'angolo $\hat{ACB}$. Sapendo che $CB=CH$, quanto misura l'angolo $\hat{AHC}$?
(A) 90° (B) 108° (C) 120° (D) 144° (E) 155°

PROBLEM SOLVING...DI CLASSE IL RALLY MATEMATICO TRANSALPINO

Studiare matematica potrà offrirti anche l'opportunità di partecipare ad una competizione con la tua classe. Forse conosci già il Rally matematico transalpino (RMT), visto che è rivolto sia alla scuola primaria che a quella secondaria (dal terzo anno della scuola primaria al secondo anno della scuola secondaria di secondo grado). Si svolge in Algeria, Argentina, Belgio, Francia, Italia, Lussemburgo e Svizzera.

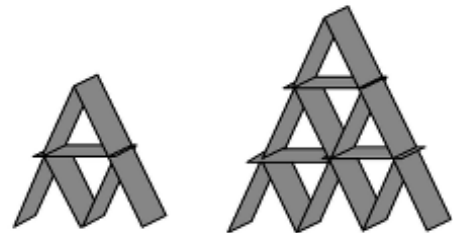
Le classi partecipanti si mettono alla prova lavorando in gruppo alla risoluzione di problemi di matematica.

Di seguito trovi un esempio, prova a risolverlo da solo o in gruppo e poi controlla la soluzione (puoi usare la calcolatrice) .

Castelli di carta

Andrea si diverte a costruire castelli con le carte da gioco. Ha costruito i due castelli a lato: il primo ha due piani ed è fatto con 7 carte,; il secondo ha tre piani ed è fatto con 15 carte.

Per costruire un castello di 25 piani, quante carte dovrebbe utilizzare Andrea? Spiegate il vostro ragionamento.



http://www.projet-ermitage.org/ARMT/navi_fic2.php?code=sd262-it&flag=1&langue=it&enonce=13rmtii_it-15&w=0

RISOLVERE PROBLEMI CON L'AI

Nell'era dell'intelligenza artificiale ha senso chiedersi se queste nuove tecnologie possono contribuire a potenziare le abilità nel risolvere problemi: ovviamente porre domande che hanno come risposta la risoluzione del problema stesso non rafforza le competenze di *problem solving* ma, al contrario, alla lunga ne compromette lo sviluppo. L'intelligenza artificiale può aiutarti a studiare, a chiarire dubbi e a confrontare strategie se il tuo obiettivo non è ottenere rapidamente una risposta, ma imparare a ragionare. Se vuoi utilizzare l'AI per risolvere un problema devi integrarla in una routine articolata dove il protagonista sei tu e non la tecnologia che utilizzi.

- 1 — **Comprendi il problema.**
Leggi attentamente il testo. Individua i dati, la richiesta e le informazioni utili.
- 2 — **Osserva e organizza.**
Raccogli le informazioni. Può essere utile fare un disegno, una tabella o evidenziare le parole chiave.
- 3 — **Cerca una strategia personale.** Prima di chiedere aiuto, prova a risolvere il problema da solo.
- 4 — **Chiedi chiarimenti all'AI**
Formula domande precise e chiedi spiegazioni, strategie o chiarimenti.
- 5 — **Analizza la risposta**
Verifica i passaggi, controlla i calcoli e chiediti se sapresti spiegare la soluzione a un compagno.

Ricorda che l'intelligenza artificiale è solo uno strumento, la responsabilità del lavoro resta tua. La risposta finale è molto importante: se non sei in grado di spiegare una soluzione con parole tue, probabilmente non l'hai ancora compresa.



Bibliografia e sitografia