www.istitutodarzo.edu.it

Istituto d'Istruzione Superiore
Silvio D'Arzo
Liceo Scientifico, Tecnico Economico, Tecnico Tecnologico, Professionale Industria e Artigianato

Matematica. verso il tecnico

Volume ZERO

Prima edizione

L'insieme dei numeri naturali
N

L'insieme dei numeri interi
Z

L'insieme dei numeri razionali
Q

GRUPPO MATEMATICA D'ARZO

L'INSIEME DEI NUMERI NATURALI N
(esercizi)

ESPRESSIONI IN $\mathbb{N}$

ESERCIZIO GUIDATO

Risolviamo la seguente espressione con i numeri naturali:

$$\mathbf{80 - 2 \cdot \left[15 : 5 + 3 \cdot \left(4 \cdot 5^2 - 9^2\right) - 5^2\right]}$$

$80 - 2 \cdot [15 : 5 + 3 \cdot (4 \cdot 5^2 - 9^2) - 5^2] =$	Eseguiamo gli elevamenti a potenza
$80 - 2 \cdot [15 : 5 + 3 \cdot (4 \cdot 25 - 81) - 25] =$	Eseguiamo moltiplicazioni e divisioni
$80 - 2 \cdot [3 + 3 \cdot (100 - 81) - 25] =$	Eseguiamo i calcoli dentro alle parentesi tonde
$80 - 2 \cdot [3 + 3 \cdot 19 - 25] =$	Eseguiamo le moltiplicazioni all'interno delle parentesi quadre
$80 - 2 \cdot [3 + 57 - 25] =$	Eseguiamo i calcoli dentro alle parentesi quadre
$80 - 2 \cdot 35 =$	Eseguiamo le moltiplicazioni
$80 - 70 =$	Eseguiamo la sottrazione
10	Risultato

ADESSO PROVA TU!

Risolvi le seguenti espressioni:

1)	$(2 \cdot 4 + 2 - 21 : 7) \cdot [7 \cdot (1 + 3) : 2 + 4 \cdot 2 + 8][36 : (15 - 3) \cdot 2]$	[1260]
2)	$[(5 \cdot 6 : 2 + 18 : 3) : (20 : 4 - 14 : 7)] \cdot \{2 \cdot 10 : 5 + [7 - (8 - 3)]\}$	[42]
3)	$3 + 12 \cdot (4^2 - 3^2) + 2^4 \cdot (2^3 - 8)^3 - 2^2 \cdot [(5^2 - 8 \cdot 3)^2 + 3^2 \cdot 2]$	[11]
4)	$(5 \cdot 4 : 10) - \{13 - 2 \cdot [(22 : 2 - 8) + (5 + 80 : 4) - 23]\} : (4 \cdot 3 - 63 : 7)$	[1]
5)	$\{[(22 - 3 \cdot 7) + 5 \cdot 7] : 18\} \cdot \{[(5 + 14 : 2) - 8] \cdot 5 - 7 + (42 : 3 - 11)\}$	[32]

DALLE PAROLE ALLE ESPRESSIONI

ESERCIZIO GUIDATO

Traduciamo la seguente frase in espressioni numerica e poi calcoliamone il valore.

Somma 2 al doppio prodotto tra la somma tra 5 e 4 e la differenza tra 8 e 5. Dividi il risultato per il prodotto tra 4 e 7 ed eleva l'espressione ottenuta alla quinta potenza.

1. Analizziamo la prima frase e sottolineiamo le parole chiave:

   Somma 2 al doppio prodotto tra la somma tra 5 e 4 e la differenza tra 8 e 5

2. Ad ogni parola chiave associamo l'operazione ad essa collegata e completiamo l'operazione con i numeri

Somma	$+$	$2+$			*
Doppio	$2\cdot$	$2\cdot$ Prodotto		$2\cdot(5+4)(8-5)$	
Prodotto	$\cdot$	Somma Differenza	$(5+4)\cdot(8-5)$		
Somma	$+$	$5+4$			
Differenza	$-$	$8-5$			

3. Mettiamo tutto insieme

$$2+2\cdot(5+4)\cdot(8-5)$$

4. Analizziamo la seconda frase e sottolineiamo le parole chiave
   Dividi il risultato per il prodotto tra 4 e 7 ed eleva l'espressione ottenuta alla quinta potenza.

5. Ad ogni parola chiave associamo l'operazione ad essa collegata e completiamo l'operazione con i numeri

dividi	$:$	$[2+2\cdot(5+4)\cdot(8-5)]$:prodotto
Prodotto	$\cdot$	$4\ \cdot 7$
Eleva	*potenza*	$\{\quad\}^5$

6. Mettiamo tutto insieme e leghiamo tra loro le due espressioni

$$\{[2+2\cdot(5+4)\cdot(8-5)]:(4\cdot 7)\}^5$$

7. Risolviamo ricordando le priorità delle operazioni e delle parentesi

$$\{[2+2\cdot 9\cdot 3]:28\}^5 =$$
$$\{[2+54]:28\}^5 =$$
$$\{56:28\}^5 = \quad 2^5 = 32$$

ADESSO PROVA TU!

1)	Dividi 25 per la differenza tra 10 e 5 e poi somma il doppio di 2.	[9]
2)	Moltiplica per 4 la differenza tra 15 e 3 e poi togli 4.	[44]
3)	Sottrai a 27 la differenza tra 14 e il prodotto di 3 per il quadrato di 2.	[25]
4)	A 4 diminuito di 3 somma la differenza dei quadrati di 5 e di 4.	[10]
5)	Moltiplica la somma di 7 e di 2 per il doppio di 2 e poi aggiungi il triplo di 4.	[48]
6)	Moltiplica il quoziente di 14 e 2 per il triplo di 2 e poi aggiungi la differenza tra 27 e 25.	[44]
7)	Sottrai al quoziente fra 100 e 4 la somma di 2 con il quadrato di 3, poi dividi il risultato per 7. Eleva alla quarta potenza e calcola la differenza tra quello che ottieni e 10.	[6]
8)	Aggiungi il quadrato di 2 alla somma del cubo di 3 con 5. Dividi poi il risultato per il quadrato di 6.	[1]
9)	Moltiplica per 2 il prodotto tra la differenza tra 5 e 4 e il doppio di 6. Dividi il risultato per 8.	[3]
10)	Somma il quoziente tra 16 e 2 con il prodotto tra 5 e 4.	[28]
11)	Un test viene valutato nel modo seguente: ogni risposta corretta vale 3 punti, ogni risposta sbagliata prevede la sottrazione di un punto, mentre ogni risposta non data lascia inalterato il punteggio. Ludovica svolge la prova rispondendo correttamente a 7 domande, sbagliandone 3 e non rispondendo a 2 domande. Che punteggio ottiene?	[18]
12)	Traduci in parole la seguente espressione: “ (16:2) + (15:3) - (5-2) “	

LE PROPRIETÀ DELLE POTENZE

ESERCIZIO GUIDATO

Risolviamo la seguente espressione:

$$(3^4 \cdot 3^7)^2 : 3^{19}$$

$(3^4 \cdot 3^7)^2 : 3^{19} =$	Parentesi tonda: moltiplicazione tra potenze con stessa base (4+7=11)
$(3^{11})^2 : 3^{19} =$	Potenza di potenza (moltiplichiamo tra loro gli esponenti) (11·2=22)
$3^{22} : 3^{19} =$	Divisione tra potenze con stessa base (22-19=3)
$\mathbf{3^3}$	

ADESSO PROVA TU!

Risolvi le seguenti espressioni:

1)	$[(2^2)^3]^2 : [(2^5 \cdot 2^5) : (2^4 \cdot 2^0)] - 8^2$	[0]
2)	$(3^2)^5 : 3^8 \cdot 3 - [(5^2)^5 : 5^8 : 5]^2 + 3[(5^4 : 5)^0]^5$	[5]
3)	$[(2^6 : 2^5)^3 : 2^2 \cdot 2^4 - 2] : (3 \cdot 5)$	[2]
4)	$(3^5 \cdot 2^5) : 6^3 : (2 \cdot 2^3 : 2^2)$	[9]
5)	$\{[(4^3 - 4^2) : 2 - 3 \cdot 7] : 3\}^3 + 3 \cdot 5 - \{[(2^2)^3]^1\}^2 : (4^2 \cdot 4^3)$	[12]
6)	$3^2 + 6^2 : 3^2 - (4 + 2^3) : \{5 - [(5^3)^2]^0 + 14^3 : 7^3\}$	[12]
7)	$\{[(3^2 + 9^2) : 3^2]^3 \cdot 10^2\} : \{[(4^3)^4 : (4^2)^5 - 11]^1\}^5 - 18^0$	[31]

MCD e mcm

ESERCIZIO GUIDATO

Calcolare mcm e MCD del seguente gruppo di numeri: 144; 24; 60

- Scomponiamo in fattori primi 144 e diventa $144 = 2^4 \cdot 3^2$
- Scomponiamo in fattori primi 24 e diventa $24 = 2^3 \cdot 3$
- Scomponiamo in fattori primi 60 e diventa $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
- Calcoliamo il mcm (fattori comuni e non comuni con esponente maggiore)

$$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$$

- Calcoliamo il MCD (fattori SOLO comuni con esponente minore)

$$2^2 \cdot 3 = 12$$

ADESSO PROVA TU!

Calcolare il mcm e MCD dei seguenti gruppi di numeri:

1) 108; 270 [540; 54]
2) 162; 36; 90 [1620; 18]
3) 120; 216: 150 [5400; 6]
4) 135; 126; 210 [1890; 3]
5) 90; 150; 240 [3600; 30]

PROBLEMI CON MCD e mcm

1) Un cartolaio dispone di 28 pennarelli, 70 matite e 84 quaderni. Quante confezioni uguali potrà fare e quale sarà la loro composizione? [14 confezioni]

2) Due hostess partono dallo stesso aeroporto e vi ripassano rispettivamente ogni 35 e ogni 25 giorni. A quando il prossimo incontro? [175 giorni]

3) Giovanni, il fiorista, dispone di 24 rose, 60 tulipani e 84 camelie. Quanti mazzetti uguali tra loro potrà fare e quale sarà la loro composizione? [12 mazzi]

4) Due ciclisti si sfidano in pista. Partono contemporaneamente in un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 90 secondi e 81 secondi. Dopo quanti secondi, supponendo che mantengano tempi costanti nei successivi giri, si ritroveranno allineati di nuovo sulla linea di arrivo? Quanti giri avrà fatto ognuno? [810 sec; 9 giri; 10 giri]

L’INSIEME DEI NUMERI INTERI Z
(esercizi)

ORDINE IN Z

ESEMPIO

Ordina e rappresenta sulla retta orientata i seguenti numeri:
-1, +3, 0, -3, -5, +7,+6
Ordiniamo i numeri in senso crescente, dal più piccolo al più grande. Ricordiamo che prima ci sono i numeri negativi, lo zero e poi i numeri positivi.
Se confrontiamo due numeri negativi è più piccolo quello che è più grande in valore assoluto, ovvero che è più lontano dall'origine

-5<-3<-1<0<+3<+6<+7

Per ordinarli fissiamo l'origine 0 , l'unità di misura $u = -$ e poi riportiamo i numeri sulla retta orientata

<u>Prima di iniziare ricordiamo alcuni simboli e scritture matematiche</u>

simbolo	<	>	≠	a<c<b	a+1	a-1
significato	minore	maggiore	diverso	c è compreso tra a e b	successivo di a	precedente di a

ADESSO PROVA TU!

1. Traduci in simboli
   a. 8 è maggiore di 3
   b. 10 è minore di 12
   c. -3 è minore o uguale di -2
   d. -6 è maggiore di -9
   e. -4 è diverso da zero
   f. +5 è compreso tra -3 e +6
   g. L'opposto di -3 minore dell'opposto di -9
   h. Il valore assoluto di -10 è maggiore del valore assoluto di +8

2. Traduci in parole
   a. $-7 < -3$
   b. $-3 \neq +3$
   c. $+8 \geq -2$
   d. $-2 < 0 < +4$
   e. $+8 \geq -3$
   f. $|-3| = 3$
   g. $|-9| = |+9|$
   h. $|-9| > |+3|$

3. Dopo aver determinato i numeri indicati rappresentali sulla retta orientata.
   a. Il successivo di -3
   b. Il precedente di +6
   c. Il doppio di -2
   d. Il successivo di 0
   e. Il precedente di -4
   f. L'opposto del triplo di 2
   g. L' opposto del valore assoluto di 6.

4. Disponi in ordine crescente gli opposti dei numeri dell'esercizio precedente.

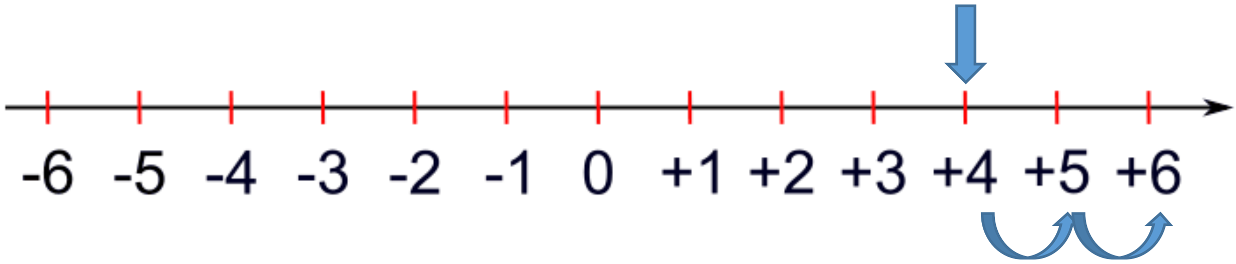
5. Rappresenta sulla retta i numeri maggiori di -6 e minori o uguali di 4.

ADDIZIONE NELL'INSIEME Z

ESEMPIO GUIDATO:

$$(+4) + (+2) =$$

Come già illustrato nella parte teorica per svolgere la somma nell'insieme Z torna utile rappresentare numeri sulla retta orientata.



In questo caso è necessario posizionarsi sul numero +4 e trattandosi di un'addizione di un numero positivo ci sposta a destra di due posizioni, essendo il secondo addendo pari a +2.

N.B. Qualora il secondo addendo sia un numero negativo bisogna spostarsi verso sinistra rispetto al primo addendo!

ADESSO PROVA TU!

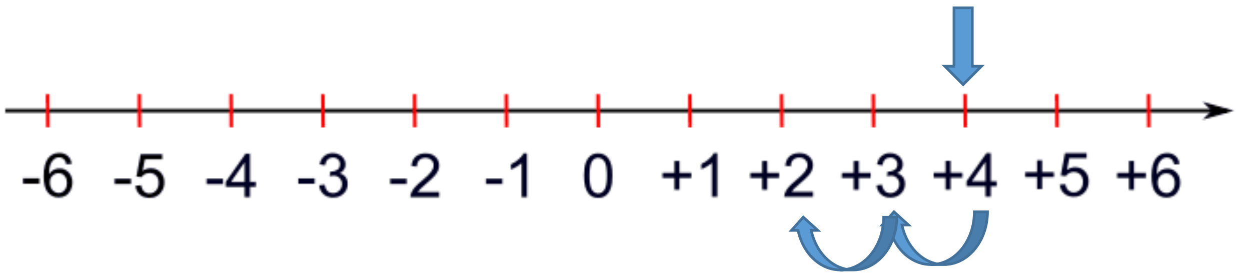
- $(-50) + (+20) =$
- $(-30) + (+1) =$
- $(+4) + (-1) =$
- $(-8) + (-3) =$
- $(+6) + (-7) =$

SOTTRAZIONE NELL'INSIEME Z

ESEMPIO GUIDATO:

$$(+4) - (+2) =$$

Anche per svolgere la sottrazione nell'insieme Z utilizziamo la rappresentazione sulla retta orientata:



In questo caso è necessario posizionarsi sul numero +4 e trattandosi di una sottrazione con sottraendo positivo ci sposta a sinistra di due posizioni, essendo il secondo numero pari a 2.

N.B. Qualora il sottraendo sia un numero negativo bisogna spostarsi verso destra rispetto al minuendo!

ADESSO PROVA TU!

1) $(+12)-(+3)=$
2) $(+5)-(+14)=$
3) $(-3)-(+6)=$
4) $(+9)-(-8)=$
5) $(+2)-(-2)=$
6) $-(30-9)-(2-4)-[(12-5-8)-(-2)]=$
7) $[4+(-3)-(-9)]-[12-22-(-5)]+(23-6-5)=$
8) $-\{5+[2-(3-7)-(11+5-8)]+[-(5)-3]\}+4=$
9) $-(18-12+4)+[-24-(12-7+4)]-(-17)=$

10) <u>COMPLETA LA SEGUENTE TABELLA:</u>

a	+3	+5	+2	-7
b	+2	-9	-2	
a + b				0
a + b				

MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE IN Z

ESERCIZI

1) Svolgi le seguenti moltiplicazioni e divisioni in Z:

$(+3) \cdot (+2) =$ …….

$(+4) \cdot (-2) =$ …….

$(+3) \cdot (+8) =$ …….

$(-5) \cdot (+6) =$ …….

$(+15) : (+3) =$ …….

$(+15) : (-5) =$ …….

$(+27) : (-3) =$ …….

$(-30) : (-5) =$ …….

$(-42) : (+14) =$ …….

$(+35) \cdot (-16) =$ ……..

$(+128) : (+2) =$ ……..

$(-306) : (+3) =$ ……..

2) Calcola il valore delle seguenti espressioni in Z:

$(+3) \cdot (+2) : (-1) =$ …….

$(+35) \cdot (-16) : (-2) =$ ……..

$(+128) : (+2) : (-4) =$ ……..

$(-306) : (+3) : (-6) =$ ……..

$(-42) : (+14) \cdot (+2) =$ …….

$(-30) \cdot (+3) : (-9) =$ ……..

3) Calcola, sul quaderno, il valore delle seguenti espressioni in Z:

$[(+32) : (-8)] \cdot (+2) =$ …….

$(+32) : [(-8) \cdot (+2)] =$ …….

$[(+30) \cdot (-10)] : [(-2) \cdot (+10)] =$ ……..

$15 : (3 - 2 + 4) - (7 - 3 + 5 \cdot 2) + 7 \cdot (-2 \cdot 4 + 3) \cdot (3 \cdot 3 - 9) =$ ……..

$[3 \cdot (2 - 4) - 5] \cdot (-2) - [15 + 3 \cdot (-4) - (-6 + 2)] + 5 =$ ……..

$\{-[-(4 - 7) \cdot (5 - 4) - (+9 - 11)] \cdot (-10) - [(-4 + 6) : 2] - 5\} =$ ……..

$\{[(2 + 15) \cdot (-3 + 4) - (+12 - 21)] \cdot (-10) - [(4 + 6) : (-10)]\} - 50 =$ ……..

$\{[(3 + 7) \cdot (6 + 14)] - [(19 + 11) \cdot (+10)] + 10\} : 15 =$ ……..

LE POTENZE NELL'INSIEME Z

ESEMPI GUIDATI

$(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$ Se la base è **positiva** la potenza è un numero positivo

$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$ Se la base è **negativa** e l'esponente è un numero **pari** la potenza è un numero positivo

$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ Se la base è **negativa** e l'esponente è **pari** la potenza è un numero negativo

ATTENZIONE!

Se il segno è dentro alla parentesi va calcolato, se è fuori dalla parentesi rimane tale

Esempi:

$(-2)^4 = +16$ (il segno è nella parentesi → va calcolato)

$-2^4 = -16$ (il segno non è in parentesi → rimane tale)

ADESSO PROVA TU!

1) Calcola il valore delle seguenti potenze:

$(+6)^2 =$ $(-1)^4 =$ $(-4)^3 =$ $(-5)^0 =$ $-2^3 =$

$(-2)^6 =$ $-4^0 =$ $(+2)^1 =$ $(+3)^3 =$

2) Calcola applicando le proprietà delle potenze

Per le operazioni con le potenze in Z valgono le stesse proprietà viste nell'insieme dei numeri naturali N.

a) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5 = -32$

b) $(+3)^{10} : (+3)^7 = (+3)^{10-7} = (+3)^3 = +27$

c) $[(-3)^2]^2 = (-3)^{2 \cdot 2} = (-3)^4 = +81$

d) $(-24)^3 : (+8)^3 = (-3)^3 = -27$

e) $(-3)^2 \cdot (-3)^3$

f) $(+5)^3 \cdot (+5)$

g) $(-10)^2 : (-2)^2$

h) $[(-2)^4]^2$

i) $[(-7)^3]^2 : (-7)^4$

j) $[(-5)^6 \cdot (-5)^8] : (-5)^{11}$

k) $(+5)^4 \cdot (-2)^4 : (-10)^3$

l) $(-2)^8 \cdot (+2)^3$

Le due potenze non hanno la stessa base e non sarebbe possibile applicare la proprietà delle potenze; tuttavia considerando che $(-2)^8 = (+2)^8$ **poiché l'esponente è pari, la precedente operazione è equivalente a**

$(+2)^8 \cdot (+2)^3 = (+2)^{11}$

m) $(-3)^{15} : (+3)^{10}$

Con un ragionamento analogo al precedente possiamo dire che

$(+3)^{10} = (-3)^{10}$; **l'espressione equivale a** $(-3)^{15} : (-3)^{10} = (-3)^5$

n) $[(-5)^6 : (+5)^3]^2 : (-5)^3$

3) Calcola il valore delle seguenti espressioni, applicando quando è possibile le proprietà delle potenze

a) $[(-2)^2 + (-2)^3 + 5^0]^6 : [(-3)^2]^2$ [9]

b) $\{(-21)^2 : (-7)^2 + [(-21)^3]^2 : (-21)^5\} : (-2)^2$ [3]

c) $(-3)^2 - (-3)^0 - [(-2)^{13} \cdot (-2)^9] : [(-2)^6]^3$ [8]

d) $\{[(-2)^2 \cdot (+2)^3]^2 : (-2)^6\} \cdot [(+2)^6 : (-2)^4 \cdot (+2)^2] : [(-2)^4]^2$ [+1]

e) $-[-3^2 : (-3)]^3 \cdot [2 - 5 + (-3) \cdot (-2)] : [(+3)^2 \cdot (-3)]$ [+3]

f) $\{[(-6)^4 \cdot (-2)^2 \cdot (+6)^2]^3 : [(-6)^5]^4\} : \{[(-3)^5 \cdot (-3)^2]^2 : (+3)^{10}\}$ [16]

L’INSIEME DEI NUMERI RAZIONALI Q
(esercizi)

I NUMERI RAZIONALI (Q)

LEGGI ATTENTAMENTE LA TEORIA SULL'INSIEME Q PRIMA DI COMINCIARE!

FRAZIONI GENERATRICI

DECIMALI FINITI

$$DECIMALE\ FINITO = \frac{numero\ per\ intero\ (senza\ la\ virgola)}{1\ seguito\ da\ tanti\ 0\ quante\ sono\ le\ cifre\ decimali}$$

ESEMPIO:

$$1{,}13 = \frac{113}{100}$$

PERIODICI SEMPLICI

$$PERIODICO\ SEMPLICE = \frac{numero\ per\ intero - le\ cifre\ non\ periodiche}{\text{tanti 9 quante sono le cifre periodiche}}$$

ESEMPIO:

$$1,\overline{32} = \frac{132-1}{99} = \frac{131}{99}$$

PERIODICI MISTI

$$PERIODICO\ MISTO =$$

$$= \frac{numero\ per\ intero - le\ cifre\ non\ periodiche}{\text{tanti 9 quante sono le cifre periodiche e tanti zero quante le cifre non periodiche dopo la virgola}}$$

ESEMPIO:

$$2{,}32\overline{1} = \frac{2321-232}{900} = \frac{2089}{900}$$

ADESSO PROVA TU!

Esegui le seguenti trasformazioni, passando dal numero decimale alla frazione, e viceversa.

a) $12{,}5$ **b)** $4,\overline{578}$ **c)** $\frac{11}{8}$ **d)** $5{,}0$ **e)** $3{,}8\overline{12}$ **f)** $\frac{2}{3}$

g) $6,\overline{94}$ **h)** $3{,}89$ **i)** $7{,}21\overline{3}$ **l)** $7{,}2\overline{13}$ **m)** $\frac{4}{4}$

RIDUZIONE DI FRAZIONI AI MINIMI TERMINI

ESEMPIO GUIDATO

La frazione $\frac{30}{45}$ non è irriducibile, perché $MCD(15{,}45) = 15$.

Divido dunque numeratore e denominatore per 15: $\frac{\cancel{30}}{\cancel{45}} = \frac{2}{3}$.

Questa volta $MCD(2\ ,3) = 1$ e dunque siamo giunti ad una frazione irriducibile; abbiamo **ridotto la frazione ai minimi termini!**

PER RIDURRE AI MINIMI TERMINI UNA FRAZIONE PUOI ANCHE USARE IL **METODO DELLE DIVISIONI SUCCESSIVE**: NEL CASO DELL'ESEMPIO SI POSSONO DIVIDERE NUMERATORE E DENOMINATORE PER 3 E POI PER 5!

ESSENZIALE CONOSCERE I CRITERI DI DIVISIBILITA'!

ADESSO PROVA TU!

Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini, se possibile.

$a)\ \frac{2}{8}$ b) $\frac{15}{75}$ c) $\frac{16}{40}$ d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{60}{15}$ f) $\frac{120}{20}$ g) $\frac{113}{6}$ h) $\frac{112}{6}$

i) $\frac{1}{75}$ l) $\frac{54}{18}$ m) $\frac{9}{18}$ n) $\frac{32}{64}$ o) $\frac{3}{17}$

OPERAZIONI IN Q

SOMMA E DIFFERENZA

Le somme e le differenze di frazioni seguono queste regole:

- Se le frazioni hanno lo stesso denominatore, il risultato della somma (o differenza) è una frazione avente il numeratore dato dalla somma (o differenza) dei numeratori e il denominatore che rimane invariato.

ESEMPI:

$$\frac{14}{3}+\frac{5}{3}=\frac{19}{3} \qquad -\frac{7}{8}+\frac{3}{8}=-\frac{4}{8}=\frac{1}{2} \qquad -\frac{3}{7}-\frac{1}{7}=-\frac{4}{7}$$

- Se le frazioni hanno denominatore differente, devo trasformarle tutte in frazioni equivalenti a quelle iniziali aventi lo stesso denominatore e poi procedere come sopra. Per trasformarle devo trovare il minimo comune multiplo tra i denominatori (viene chiamato Minimo Comune Denominatore).

ESEMPIO GUIDATO

$$\frac{3}{7}+\frac{5}{4}$$

Per fare la seguente somma devo trasformare le frazioni, in modo che abbiano lo stesso denominatore.

$$mcm(7,4)=28$$

Trovo l'mcm tra 7 e 4, che è 28.

- $28:7=4$

  $4\cdot 3=12$

Procedo dividendo 28 per il primo denominatore, e successivamente moltiplico il risultato per il numeratore, ottenendo così la frazione $\frac{12}{28}$, equivalente a $\frac{3}{7}$ con denominatore 28.

- $28:4=7$

  $7\cdot 5=15$

Allo stesso modo procedo dividendo 28 per il secondo denominatore, e successivamente moltiplicando il risultato per il numeratore, ottenendo così la frazione $\frac{15}{28}$, equivalente a $\frac{5}{4}$ con denominatore 28.

$$\frac{12+15}{28}=\frac{27}{28}$$

Infine, somma i numeratori, ottenendo così il risultato.

ADESSO PROVA TU!

Esegui le seguenti somme tra frazioni, semplificando i risultati, se possibile.

$a)\ \frac{2}{7}+\frac{5}{7}$ $b)\ \frac{3}{8}+\frac{5}{3}$ $c)\ \frac{2}{4}+\frac{9}{2}$ $d)\ 12-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$

$e)\ \frac{3}{5}+\frac{14}{2}$ $f)\ \frac{8}{3}-\frac{5}{3}$ $g)\ \frac{4}{3}+\frac{12}{5}-\frac{5}{3}$ $h)\ \frac{4}{9}-\frac{1}{2}$

$i)\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ $l)\ \frac{3}{5}+\frac{5}{3}+\frac{7}{15}$ $m)\ \frac{2}{15}+\frac{3}{5}-\frac{4}{6}$ $n)\ \frac{50}{4}-8-\frac{3}{2}$

MOLTIPLICAZIONE

ESEMPIO GUIDATO

Eseguire la moltiplicazione $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{8}$

$\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{8}$

Per eseguire la moltiplicazione posso prima semplificare i termini.

$\frac{\cancel{2}}{7} \cdot \frac{21}{\cancel{8}} = \frac{1}{7} \cdot \frac{21}{4}$

Siccome 2 e 8 sono divisibili, posso dividere entrambi per 2.

$\frac{1}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{21}}{4} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4}$

Ancora, siccome 21 e 7 sono divisibili, posso dividere entrambi per 7.

$\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

Una volta effettuate tutte le semplificazioni possibili moltiplico numeratori e denominatori.

RIPRENDI NELLA TEORIA LA DEFINIZIONE DI RECIPROCO.

DIVISIONE

Per eseguire la divisione tra frazioni è sufficiente effettuare il prodotto tra la prima frazione e il reciproco della seconda.

Eseguire la divisione $\frac{3}{25} : \frac{5}{18}$

$\frac{3}{25} : \frac{5}{18}$

Posso, come scritto sopra, moltiplicare la prima frazione per il reciproco della seconda, quindi devo invertire $\frac{5}{18}$.

$\frac{3}{25} \cdot \frac{18}{5}$

Ci siamo ricondotti ad una moltiplicazione, e procedo come prima.

$\frac{3}{\cancel{25}} \cdot \frac{\cancel{5}}{18}$

Siccome 5 e 25 sono divisibili, procedo con la semplificazione

$\frac{\cancel{3}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{18}}$

Siccome 3 e 18 sono divisibili, procedo con la semplificazione.

$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$

Procedo infine moltiplicando numeratori e denominatori.

ADESSO PROVA TU!

a) $\frac{15}{8} \cdot \frac{4}{65}$

b) $\frac{22}{33} \cdot \frac{3}{2}$

c) $\left(-\frac{100}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{1000}\right)$

d) $-9 \cdot \left(\frac{9}{81}\right)$

e) $\frac{2}{5} \cdot \frac{10}{8} \cdot \frac{25}{6}$

f) $\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{10}{4}\right)$

g) $\frac{8}{3} \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{36}{5}$

h) $(-27) \cdot \frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$

i) $\left(-\frac{8}{25}\right) \cdot (-3) \cdot \left(-\frac{125}{6}\right)$

l) $\frac{6}{5} : \frac{36}{25}$

m) $\left(-\frac{5}{6}\right) : 30$

n) $\frac{2}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right)$

o) $\left(-\frac{6}{5}\right) : \left(-\frac{6}{5}\right)$

POTENZE

Per calcolare la potenza di un numero razionale si devono elevare all'esponente: il segno, il numeratore e il denominatore.

ESEMPIO GUIDATO

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = (-)^3\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$$

RIPRENDI LA REGOLA DEI SEGNI DELLE POTENZE IN Z!

Attento all'uso delle parentesi!

$$-\frac{2^3}{3} = -\frac{8}{3}$$

In questo caso l'esponente si riferisce **SOLO** al numeratore.

ADESSO PROVA TU!

Calcola le seguenti potenze.

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ **b)** $\left(+\frac{1}{2}\right)^5$ **c)** $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$ **d)** $-\left(-\frac{3}{2}\right)^4$

e) $-\frac{1^5}{5}$ **f)** $-\frac{3^2}{-2}$ **g)** $\frac{2}{-3^2}$ **h)** $\frac{(-4)^0}{(-2)^4}$

i) $-\left(-\frac{3}{2}\right)^5$ **j)** $-\frac{5^2}{2^3}$ **k)** $(-0{,}2)^4$ **l)** $-(-1,\overline{3})^2$

[**a)** $\frac{9}{25}$ **b)** $\frac{1}{32}$ **c)** $-\frac{27}{125}$ **d)** $-\frac{81}{16}$ **e)** $-\frac{1}{5}$ **f)** $\frac{9}{2}$ **g)** $-\frac{2}{9}$ **h)** $\frac{1}{16}$ **i)** $\frac{243}{32}$ **j)** $-\frac{25}{8}$ **k)** $\frac{1}{625}$ **l)** $-\frac{16}{9}$]

LE POTENZE CON ESPONENTE NEGATIVO

La potenza con esponente negativo di un numero razionale *diverso da 0* si ottiene elevando il **reciproco della base** all'**opposto dell'esponente**:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

QUINDI $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ È IL RECIPROCO DI $\frac{a}{b}$!

ESEMPIO GUIDATO

opposto dell'esponente

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^{2} = \frac{25}{4}$$

reciproco della base

Attento alle potenze con esponente negativo di numeri interi!

ESEMPIO GUIDATO

$$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$$

ADESSO PROVA TU!

Calcola le seguenti potenze.

a) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$ **b)** $\left(+\frac{1}{2}\right)^{-3}$ **c)** $-(-5)^{-1}$ **d)** -2^{-6} **e)** $-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4}$

[**a)** $\frac{25}{9}$ **b)** 8 **c)** $\frac{1}{5}$ **d)** $-\frac{1}{64}$ **e)** -81]

ESPRESSIONI IN Q

ESERCIZIO GUIDATO

Risolviamo la seguente espressione con i numeri razionali:

$$\left\{\left[\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{6}\right)^2-\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{32}\cdot(-6)\right]:(-4{,}75)-1\right\}^3+0,\bar{3}=$$

$\boxed{1}$ LEGGIAMO ATTENTAMENTE L'ESPRESSIONE PER DECIDERE QUALI OPERAZIONI ESEGUIRE NEL PRIMO PASSAGGIO (RICOPIARLA AIUTA MOLTO!)

NOTIAMO CHE NELL'ESPRESSIONE CI SONO NUMERI DECIMALI: TROVIAMO LE RELATIVE FRAZIONI GENERATRICI (**VEDI TEORIA**) E TRASCRIVIAMOLE.

$$4{,}75=\frac{\cancel{475}^{19}}{\cancel{100}_{4}}=\frac{19}{4}$$

Riduciamo la frazione ai minimi termini dividendo numeratore e denominatore per 25 = M.C.D. (475; 100)

$$0,\bar{3}=\frac{3-0}{9}=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{9}_{3}}=\frac{1}{3}$$

Riduciamo la frazione ai minimi termini dividendo numeratore e denominatore per 3 = M.C.D. (3; 9)

$$=\left\{\left[\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{6}\right)^2-\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{32}\cdot(-6)\right]:\left(-\frac{19}{4}\right)-1\right\}^3+\frac{1}{3}=$$

$\boxed{2}$ ESEGUIAMO ORA LE OPERAZIONI NELLE PARENTESI TONDE (SE CI FOSSERO PIU' OPERAZIONI IN FILA RICORDIAMOCI SEMPRE DI RISPETTARE LE PRECEDENZE DELLE OPERAZIONI!)

$$= \left\{\left[\left(\frac{5-2}{12}\right)^2 - \left(\frac{-2-1}{2}\right)^2 + \frac{1}{32}\cdot(-6)\right] : \left(-\frac{19}{4}\right) - 1\right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

$$= \left\{\left[\left(\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{12}_{4}}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{\cancel{32}_{16}}\cdot(\cancel{-6}^{3})\right] : \left(-\frac{19}{4}\right) - 1\right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

RICORDIAMOCI DI
RIDURRE AI MINIMI
TERMINI LE FRAZIONI,
SE POSSIBILE...

3 ESEGUIAMO ORA LE OPERAZIONI NELLE PARENTESI QUADRE (RICORDIAMOCI SEMPRE DI RISPETTARE LE PRECEDENZE DELLE OPERAZIONI, QUINDI ESEGUIAMO PRIMA LE DUE POTENZE E LA MOLTIPLICAZIONE)

$$= \left\{\left[\frac{1}{16} - \frac{9}{4} - \frac{3}{16}\right] : \left(-\frac{19}{4}\right) - 1\right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

Abbiamo calcolato l'opposto del quadrato di un numero!

Abbiamo calcolato il prodotto tra due numeri discordi!

4 CALCOLIAMO LA SOMMA ALGEBRICA NELLA PARENTESI QUADRA

$$= \left\{\left[\frac{1-36-3}{16}\right] : \left(-\frac{19}{4}\right) - 1\right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

$$= \left\{\left[-\frac{\cancel{38}^{19}}{\cancel{16}_{8}}\right] : \left(-\frac{19}{4}\right) - 1\right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

5 OPERIAMO LA DIVISONE NELLA PARENTESI GRAFFA E SUCCESSIVAMENTE LA SOMMA ALGEBRICA:

$$= \left\{ - \frac{\cancel{19}^{1}}{\cancel{8}_{2}} \cdot \left(- \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{19}_{1}} \right) - 1 \right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

$$= \left\{ + \frac{1}{2} - 1 \right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

$$= \left\{ \frac{1-2}{2} \right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

$$= \left\{ -\frac{1}{2} \right\}^3 + \frac{1}{3} =$$

6 ELEVIAMO AL CUBO IL RISULTATO DELLA PARENTESI GRAFFA E POI ESEGUIAMO L'ULTIMA OPERAZIONE.

$$= -\frac{1}{8} + \frac{1}{3} = \frac{-3+8}{24} = \frac{5}{24}$$

ADESSO PROVA TU!

a) $\left[-\frac{2}{7} \cdot \left(-3 + \frac{5}{4} \right) \right]^2 - \left[\frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{5} + \frac{2}{3} \right) \right]^2$ $\left[\mathbf{\frac{5}{36}} \right]$

b) $\left[\left(0{,}2 - \frac{2}{3} \right) : \left(-2 + \frac{4}{5} \right) \right] \cdot \frac{6}{7} - \frac{4}{5} - \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \cdot (-0,\bar{6}) \right] + \frac{11}{30}$ $[\mathbf{-1}]$

c) $\left[\left(\frac{1}{7} - \frac{2}{4} \right) : \left(-\frac{1}{3} + 1{,}5 \right) \right] : \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} - \left[\frac{1}{3} \left(2 + \frac{1}{4} \right) - \frac{2}{3} \right] - \frac{1}{6}$ $[\mathbf{-2}]$

d) $\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{4} \right) : \left(-\frac{7}{2} + 3 \right) + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{12} - \frac{2}{3} \right) \right] : \frac{3}{2} - 6^{-1}$ $\left[\mathbf{\frac{1}{4}} \right]$

e) $\left\{ \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 + 2^{-1} - \left(-1 + \frac{5}{2^2} \right) - 2 \right] \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) + 0{,}41\bar{6} \right\} \cdot \left(-\frac{6}{5} \right) - 0{,}1$ $\left[-\mathbf{\frac{1}{5}} \right]$

ESPRESSIONI IN Q

(con le proprietà delle potenze)

PRIMO ESERCIZIO GUIDATO

Risolviamo la seguente espressione, utilizzando quando possibile, le proprietà delle potenze:

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^2 : \left(-\frac{2}{3}\right)^8 =$$

RICORDA:

$$\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^1$$

1 SE NELL'ESPRESSIONE COMPAIONO MOLTIPLICAZIONI O DIVISIONI DI POTENZE CON LA **STESSA BASE** O LO **STESSO ESPONENTE** UTILIZZIAMO LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

Abbiamo sommato e poi moltiplicato per 2 gli esponenti.

$(1 + 3)\cdot 2$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^8 : \left(-\frac{2}{3}\right)^8 =$$

2 LE POTENZE OTTENUTE HANNO LO STESSO ESPONENTE, TRASFORMIAMO IN UNA MOLTIPLICAZIONE E SEMPLIFICHIAMO.

N.B. Posso semplificare **solo** se gli **esponenti** sono **uguali**!

$$= \left(\frac{1}{\cancel{3}_1}\right)^8 \cdot \left(-\frac{\cancel{3}^1}{2}\right)^8 = \left(-\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}$$

SECONDO ESERCIZIO GUIDATO

Risolviamo la seguente espressione, utilizzando quando possibile, le proprietà delle potenze:

$$\left\{\left[\left(\frac{2}{7}\right)^2 : \left(\frac{7}{2}\right)^{-2}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{7}\right)^2\right]^{-1}\right\} : \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$$

1 NELLA PRIMA PARENTESI QUADRA TRASFORMIAMO IL QUOZIENTE IN UNA MOLTIPLICAZIONE

$$= \left\{\left[\left(\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-2}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{2}{\cancel{5}_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{\cancel{20}^4}{7}\right)^2\right]^{-1}\right\} : \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$$

PRODOTTO DI POTENZE CON LA STESSA BASE

PRODOTTO DI POTENZE CON LO STESSO ESPONENETE

2 IN ENTRAMBE LE PARENTESI QUADRE ORA POSSIAMO UTILIZZARE LE **PROPRIETÀ DELLE POTENZE**

$$= \left\{\left[\left(\frac{2}{7}\right)^0\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{8}{7}\right)^2\right]^{-1}\right\} : \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$$

POTENZA DI POTENZA

$$= \left\{1^2 \cdot \left(\frac{8}{7}\right)^{-2}\right\} : \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{7}{8}\right)^2 : \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$$

QUOZIENTE DI POTENZE CON LO STESSO ESPONENETE

$$= \left(\frac{7}{\cancel{8}_4}\right)^2 \cdot \left(\frac{\cancel{2}^1}{5}\right)^2 = \left(\frac{7}{20}\right)^2 = \frac{49}{400}$$

ADESSO PROVA TU!

a) $\left\{\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^2 : \left(\frac{4}{5}\right)^8 + \frac{4}{5}\right\} : \left(\frac{4}{5}\right) - 1 + \frac{2}{3}$ $\left[\frac{22}{15}\right]$

b) $\left\{\left[\left(\frac{1}{25}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^3\right] : \left(\frac{1}{25}\right)^5\right\} : \left(\frac{2}{5}\right)^4 + \frac{1}{16} - \frac{2}{3} + \frac{1}{8}$ $\left[\frac{13}{12}\right]$

c) $\frac{1}{3} : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{10}{9}\right]^2 + \left(\frac{1}{3} - 1\right)^3 : \frac{(-2)^5}{9}$ $\left[\frac{1}{6}\right]$

d) $\frac{2}{3} : \left[\left(\frac{7}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)^3 : \left(\frac{6}{7}\right) + \frac{4}{3}\right]^3 - \left(\frac{1}{4} - 1\right)^2 : \frac{3}{(-4)^2}$ $\left[-\frac{3}{4}\right]$

e) $\left\{\left[\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^2\right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{9}{5}\right)^3 : \left(\frac{6}{5}\right)^3\right]\right\}^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\left[\frac{8}{27}\right]$

f) $\left\{\left[\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-2}\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{7}\right)^2\right]^{-1}\right\} : \left(\frac{5}{2}\right)^2$ $\left[\frac{1}{100}\right]$

g) $\left[\left(1 - \frac{1}{4} - \frac{5}{12}\right)^3 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right] : \left\{\left[(-4)^{-3} : \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{4}\right) - \frac{2}{5}\right]^2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^3\right\}$ $\left[-\frac{8}{3}\right]$

h) $\left\{\left[(-3)^2 : \left(\frac{13}{15} + \frac{1}{3}\right) + 2^{-1}\right]^2 : (-2)^9\right\} : \left\{1 - (-4)^{-3} : \left[\frac{5}{8} - \frac{3}{7} : \left(-\frac{3}{7}\right) - \frac{3}{2}\right]\right\}$ $\left[-\frac{1}{9}\right]$

ESPRESSIONI IN Q

<u>(con frazione di frazione)</u>

ESERCIZIO GUIDATO

Risolviamo la seguente espressione:

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\right):\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)}{\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{4}\right)}=$$

1 PER CALCOLARE UNA FRAZIONE DI FRAZIONI BASTA SVOLGERE I CALCOLI SOPRA E SOTTO LA LINEA DI FRAZIONE, COME SE NUMERATORE E DENOMINATORE FOSSERO DUE ESPRESSIONI SEPARATE!

SVOLGIAMO I CALCOLI SEPARATAMENTE: COME SE NUMERATORE E DENOMINATORE FOSSERO DUE <u>ESPRESSIONI</u>

NUMERATORE:

$$\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\right):\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)$$

DENOMINATORE:

$$\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{4}\right)$$

Eseguiamo i calcoli rispettando l'ordine delle operazioni e le parentesi.

2 CALCOLIAMO LE SOMME E SOTTRAZIONI DENTRO LE PARENTESI TONDE

RICORDIAMOCI DI <u>RIDURRE AI MINIMI TERMINI</u> LE FRAZIONI, SE POSSIBILE...

$$=\frac{\left[\left(\frac{2-9}{6}\right):\left(\frac{1-4}{6}\right)+\frac{2}{3}\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)}{\left(\frac{3-10}{15}\right)\cdot\left(\frac{10+5}{4}\right)}=$$

Abbiamo calcolato l'm.c.m tra i denominatori

$$=\frac{\left[\left(-\frac{7}{6}\right):\left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}}\right)+\frac{2}{3}\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)}{\left(-\frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{15}}\right)\cdot\left(\frac{\cancel{15}}{\cancel{4}^{1}}\right)}=$$

Semplifichiamo in croce al denominatore

3 ESEGUIAMO ORA LE OPERAZIONI NELLA PARENTESI QUADRA AL NUMERATORE (RICORDIAMOCI LA REGOLA DEL CALCOLO DELLA DIVISIONE TRA FRAZIONI)

$$=\frac{\left[\left(-\frac{7}{\cancel{6}_{3}}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{2}^{1}}{1}\right)+\frac{2}{3}\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)}=$$

$$\boxed{\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}}$$

$$=\frac{\left[\frac{7}{3}+\frac{2}{3}\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)}=$$

4 CALCOLIAMO LA SOMMA ALGEBRICA NELLA PARENTESI QUADRA ED ESEGUIAMO IL PRODOTTO

$$=\frac{\left[\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{3}_{1}}\right]\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\left[\cancel{3}^{1}\right]\cdot\left(-\frac{7}{\cancel{6}_{2}}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\left(-\frac{7}{2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)}=$$

5 UNA VOLTA CHE ABBIAMO RIDOTTO IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE A UNA FRAZIONE UNICA BASTA RICORDARSI CHE LA LINEA DI FRAZIONE EQUIVALE ALL'OPERAZIONE DI DIVISIONE E APPLICARE LA REGOLA DI DIVISIONE TRA FRAZIONI

$$=\left(-\frac{7}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{7}{\cancel{2}_{1}}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{2}^{1}}{1}\right)=-7$$

ADESSO PROVA TU!

a) $\dfrac{-\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{3}{2}+1\right)}{\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\right)}$ $\quad[-\mathbf{9}]$

b) $\dfrac{\left(-2+\frac{1}{3}\right)\div\left(\frac{1}{5}+1\right)}{\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{9}{2}-\frac{14}{3}\right)}$ $\quad\left[\frac{\mathbf{25}}{\mathbf{117}}\right]$

c) $\dfrac{\left[\left(-\frac{1}{4}\right)^{6}\div\left(-\frac{1}{2}\right)^{6}\right]\div\left(\frac{1}{2}\right)^{4}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2}}{\left(\frac{7}{4}\right)^{3}\div\left[\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{15}{8}\right]-\frac{17}{16}}=$ $\quad[\mathbf{1}]$

L’INSIEME DEI NUMERI NATURALI N
(teoria)

NUMERI NATURALI

OPERAZIONI E OPERANDI

Con i numeri naturali si eseguono le **operazioni** di addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione. I due numeri con i quali si opera, cioè gli **operandi**, assumono nomi particolari, così come i risultati delle operazioni.

ADDIZIONE

Operazione	Primo operando	Secondo operando	Risultato	Esempio
addizione	addendo	addendo	somma	3+4=7 addendi somma

PROPRIETÀ		ESEMPIO
Proprietà commutativa dell'addizione Cambiando l'ordine degli addendi, la somma non cambia.	$a+b=b+a$	$3+2=2+3$
Proprietà associativa dell'addizione La somma di tre numeri non cambia se associamo diversamente gli addendi.	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(5+9)+1=5+(9+1)$
0 è l'elemento neutro dell'addizione, perché sommando 0 a un qualsiasi numero si ottiene come risultato il numero stesso	$0+a=a+0=a$	$0+9=9$ $9+0=9$

SOTTRAZIONE

Operazione	Primo operando	Secondo operando	Risultato	Esempio
sottrazione	minuendo	sottraendo	differenza	13-2=11 minuendo sottraendo differenza

PROPRIETÀ		ESEMPIO
Proprietà invariantiva della sottrazione La differenza tra due numeri non cambia se ad ognuno di aggiunge o si toglie lo stesso numero	$a-b=(a+c)-(b+c)$ $a-b=(a-c)-(b-c)$	$8-7=(8+4)-(7+4)$ $9-4=(9-3)-(4-3)$

MOLTIPLICAZIONE

Operazione	Primo operando	Secondo operando	Risultato	Esempio
moltiplicazione	fattore	fattore	prodotto	5 . 9=45 fattori prodotto

PROPRIETÀ		ESEMPIO
Proprietà commutativa della moltiplicazione Cambiando l'ordine dei fattori, il prodotto non cambia	$a\cdot b=b\cdot a$	$7\cdot 4=4\cdot 7$
Proprietà associativa della moltiplicazione Il prodotto di tre numeri non cambia se associamo diversamente i fattori	$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$	$(2\cdot 5)\cdot 3=2\cdot(5\cdot 3)$
Proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione Il prodotto di un numero per una somma è uguale alla somma dei prodotti fra il numero e ognuno degli addendi. La proprietà è distributiva a sinistra o a destra a seconda della posizione del fattore rispetto alla somma.	Distributiva a sinistra $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ Distributiva a destra $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$	Distributiva a sinistra $5\cdot(2+3)=5\cdot 2+5\cdot 3$ Distributiva a destra $(4+5)\cdot 2=4\cdot 2+5\cdot 2$
Proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto alla sottrazione Se $b \leq a$	Distributiva a sinistra $c\cdot(a-b)=c\cdot a-c\cdot b$ Distributiva a destra $(a-b)\cdot c=a\cdot c-b\cdot c$	Distributiva a sinistra $3\cdot(7-1)=3\cdot 7-3\cdot 1$ Distributiva a destra $(12-3)\cdot 2=12\cdot 2-3\cdot 2$
1 è l'elemento neutro della moltiplicazione, perché moltiplicando 1 per un numero qualsiasi si ottiene come prodotto il numero stesso	$a\cdot 1=1\cdot a=a$	$8\cdot 1=8$ $1\cdot 6=6$
0 è l'elemento annullatore della moltiplicazione, perché moltiplicando 0 per un numero qualsiasi si ottiene come prodotto 0	$a\cdot 0=0\cdot a=0$	$15\cdot 0=0$ $0\cdot 180=0$

Legge di annullamento del prodotto In una moltiplicazione, il prodotto è 0 se e solo se almeno uno dei fattori è 0	$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ o $b=0$

DIVISIONE

Operazione	Primo operando	Secondo operando	Risultato	Esempio
divisione	dividendo	divisore	quoziente	48 : 6=8 dividendo divisore quoziente

PROPRIETÀ		ESEMPIO
Proprietà invariantiva della divisione Il quoziente tra due numeri non cambia se ognuno viene moltiplicato o diviso per uno stesso numero diverso da 0:	$a:b=(a:c):(b:c)$ $a:b=(a\cdot c):(b\cdot c)$ con $c \neq 0$ e quando le divisioni sono possibili	$120:40=(120\cdot 5):(40\cdot 5)$ $480:20=(480:2):(20:2)$
Proprietà distributiva della divisione rispetto all'addizione e alla sottrazione Se $c \neq 0$ e le sottrazioni e le divisioni sono possibili,	Distributiva a destra $(a+b):c=a:c+b:c$ Distributiva a destra $(a-b):c=a:c-b:c$	Distributiva a destra $(6+8):2=6:2+8:2$ Distributiva a destra $(15-9):3=15:3-9:3$

CASI PARTICOLARI

Se il **dividendo è 0 e il divisore è diverso da 0**, la divisione è sempre possibile e il quoziente è 0

0:4=0 perché $0 \cdot 4=0$

Il divisore non può essere 0

Con $b \neq 0$ $a:b=q$ perché $q \cdot b = a$

$14:2=7$ perché $7 \cdot 2=14$

9 : 0 è IMPOSSIBILE perché **nessun** numero moltiplicato per 0 può dare 9

0 : 0 è INDETERMINATA perché **qualsiasi** numero moltiplicato per 0 dà 0

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

PROPRIETÀ		ESEMPIO
Prodotto di potenze con la stessa base Il prodotto di potenze con la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ con $a \neq 0$ e $n \leq m$	$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$
Quoziente di potenze con la stessa base Il quoziente di potenze con la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$12^5 : 12^3 = 12^{5-3} = 12^2$
Potenza di potenza La potenza di una potenza è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti	$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$	$\left(4^3\right)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$
Prodotto di potenze con lo stesso esponente Il prodotto di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il prodotto delle basi.	$a^m \cdot b^m = \left(a \cdot b\right)^m$	$4^2 \cdot 5^2 = \left(4 \cdot 5\right)^2 = 20^2$
Quoziente di potenze con lo stesso esponente Il quoziente di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il quoziente delle basi.	$a^m : b^m = \left(a : b\right)^m$ con $b \neq 0$ e a divisibile per b	$6^2 : 3^2 = \left(6 : 3\right)^2 = 2^2$

MULTIPLI, DIVISORI, MCD E mcm

Un numero naturale *a* è **multiplo** di un numero naturale *b* se esiste un numero naturale *q* che moltiplicato per b dà a: $a=q \cdot b$

Un numero naturale *b*, diverso da 0, è divisore di un altro numero naturale *a* se la divisione tra quest'ultimo e il numero dato è esatta, cioè se la divisione dà come resto 0: $a:b=q$

CRITERI DI DIVISIBILITÀ		
Un numero naturale è divisibile per...	se e solo se ...	Esempio
2	La cifra delle unità è pari	1320, 2714, 316
3	La somma delle cifre è divisibile per 3	3642, 2781
5	La cifra delle unità è 0 o 5	290, 1725, 1200
11	La differenza tra la somma delle cifre di posto pari e quella delle cifre di posto dispari (o viceversa) è divisibile per 11	35607, 1936

Un numero naturale diverso da 0 e da 1 è un **numero primo** se ha come divisori solo sé stesso e 1

Se un numero, diverso da 0 e da 1, non è primo può essere sempre scritto, in modo unico, come prodotto di potenze di numeri primi.

La sua **scomposizione in fattori primi**, quindi è unica e possiamo ottenerla con divisioni successive.

Esempio: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Fra due numeri naturali diversi da 0:

il **massimo comune divisore (MCD**) è il più grande fra i loro divisori comuni	il **minimo comune multiplo (mcm)** è il più piccolo fra i loro multipli comuni diversi da 0

REGOLA

Si scompongono in fattori primi i due o più numeri	
Il MCD è il prodotto dei fattori comuni, presi una sola volta, con l'esponente minore	Il mcm è il prodotto dei fattori comuni e non comuni, presi una sola volta, con l'esponente maggiore

ESEMPIO

Calcoliamo MCD e mcm tra 120 e 140.

Scomponiamo in fattori primi: $120=2^3 \cdot 3 \cdot 5$ e $140=2^2 \cdot 5 \cdot 7$

MCD= $2^2 \cdot 5=20$

mcm= $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7=480$

L'INSIEME DEI NUMERI INTERI Z
(teoria)

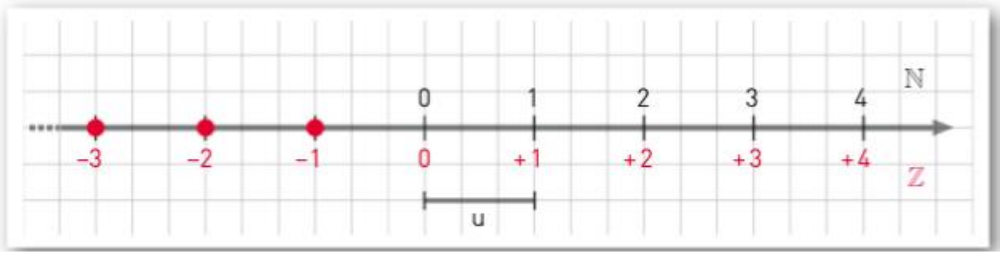
NUMERI INTERI

INSIEME DEI NUMERI INTERI $\mathbb{Z}$

Con $\mathbb{Z}$ indichiamo l'insieme dei numeri relativi costituito dai numeri positivi, i negativi e lo zero.

$\mathbb{Z}$ è un **insieme ordinato** e può essere rappresentato sulla retta orientata

- Fissiamo l'origine corrispondente a 0 e l'unità di misura u
- Associamo +1,+2,+3,... ai punti che distano dall'origine 1, 2, 3,..unità di misura verso destra
- Associamo -1, -2, -3,... ai punti che distano dall'origine 1, 2, 3,..unità di misura verso sinistra



Dalla figura osserviamo che i numeri Naturali sono i numeri positivi di $\mathbb{Z}$, ogni numero relativo, eccetto lo zero, è sempre preceduto da un segno.

VALORE ASSOLUTO

Chiamiamo valore assoluto di un numero intero a indicato con $|a|$

- Il numero stesso, se è positivo o è zero
- L'opposto di un numero, se è negativo.

$$|-5| = 5 \qquad |+7| = 7 \qquad |0| = 0$$

NUMERI CONCORDI, DISCORDI, OPPOSTI

Definiamo concordi due numeri interi diversi da zero che hanno lo stesso segno, discordi se hanno segno opposto.

Definiamo opposti due numeri di segno opposto ma stesso valore assoluto:

ADDIZIONE NELL'INSIEME Z

Prima di illustrare le operazioni con i numeri interni è necessario dare la definizione di numeri concordi e numeri discordi.

In particolare, due numeri interi diversi da zero sono **CONCORDI** se hanno lo stesso segno, **DISCORDI** se hanno segno diverso.

ESEMPIO:

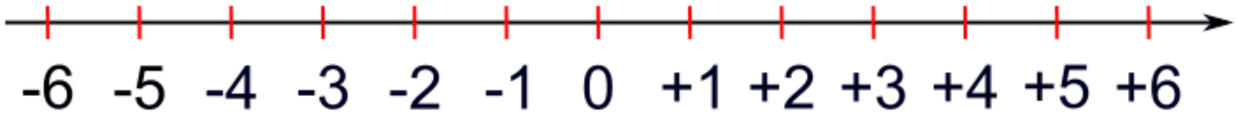
+5 e +7 sono concordi

-5 e -7 sono concordi

+5 e -7 sono discordi

N.B. L'addizione può avvenire sia tra numeri concordi, che tra numeri discordi.

I numeri interi vengono rappresentati come punti su una retta orientata a destra dello zero vi sono i numeri positivi, mentre a sinistra i numeri negativi.

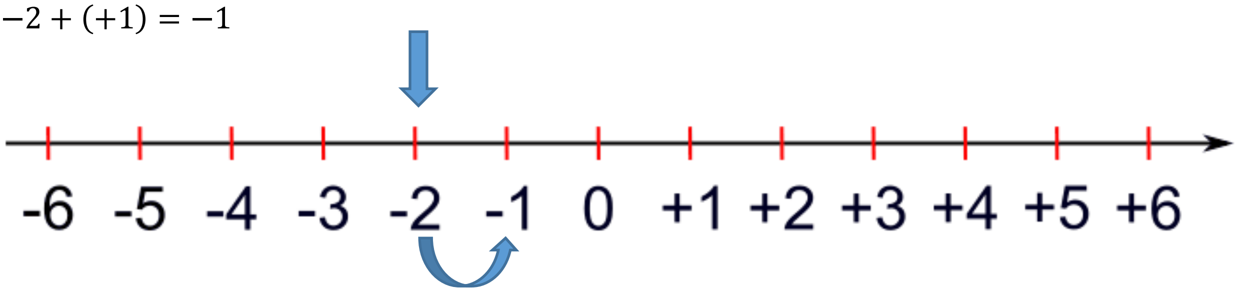


ADDIZIONE DI UN NUMERO POSITIVO

Per svolgere tale addizione è necessario posizionarsi nella retta sul primo addendo e spostarsi a destra di tante unità quante sono quelle espresse dal secondo addendo.

ESEMPIO:

$-2+(+1)=-1$

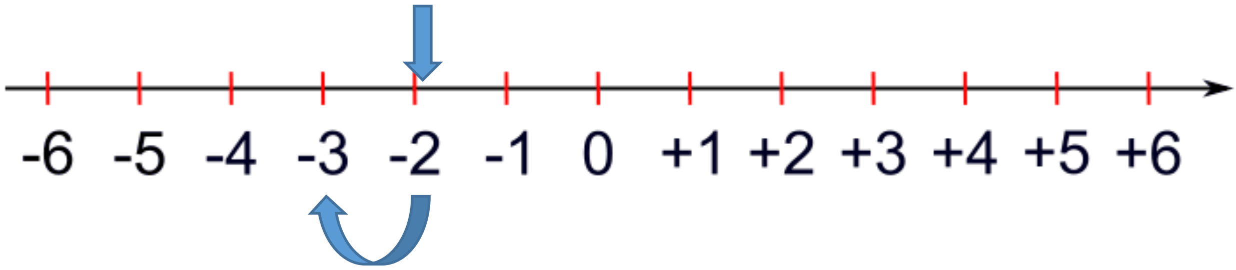


ADDIZIONE DI UN NUMERO NEGATIVO

Per svolgere tale addizione è necessario posizionarsi nella retta sul primo addendo e spostarsi a sinistra di tante unità quante sono quelle espresse dal secondo addendo.

ESEMPIO:

$-2 + (-1) = -3$



SOTTRAZIONE NELL'INSIEME Z

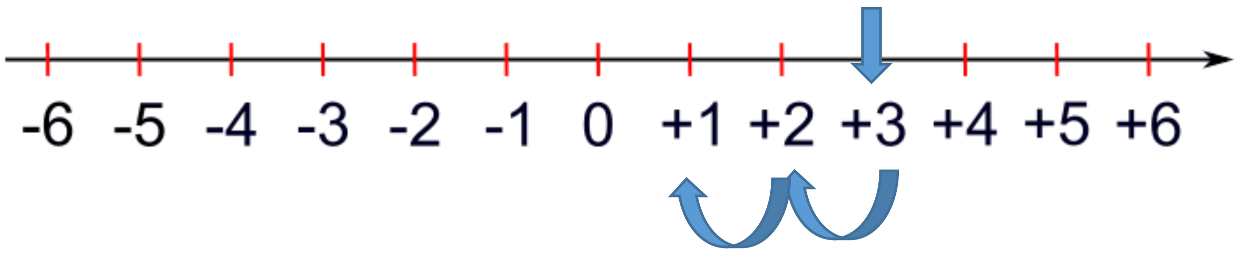
Per l'esecuzione della sottrazione, consideriamo sempre i numeri relativi come se fossero punti su una retta e anche in questa occasione distinguiamo due casi:

SOTTRAENDO POSITIVO

Per svolgere tale sottrazione è necessario posizionarsi nella retta sul minuendo e spostarsi a sinistra di tante unità quante sono quelle espresse dal sottraendo.

ESEMPIO:

$(+3) - (+2) = +1$

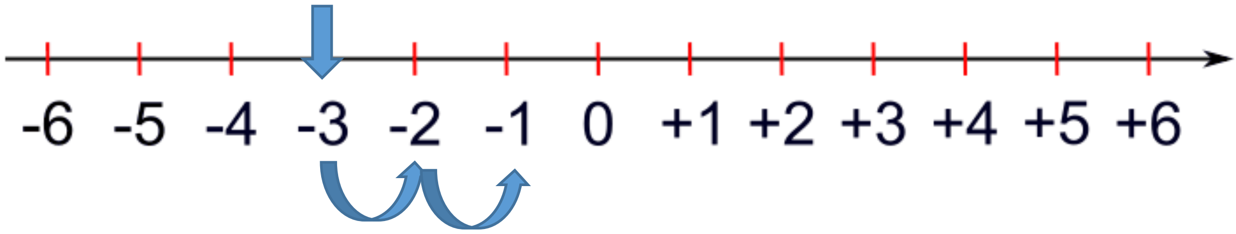


SOTTRAENDO NEGATIVO

Per svolgere tale sottrazione è necessario posizionarsi nella retta sul minuendo e spostarsi a destra di tante unità quante sono quelle espresse dal sottraendo.

<u>ESEMPIO:</u>

$(-3) - (-2) = -1$



LA MOLTIPLICAZIONE IN Z

Come per l'addizione e la sottrazione, anche nella moltiplicazione tra numeri interi relativi dobbiamo tener conto dei segni degli operandi.

Per ottenere il risultato della moltiplicazione tra numeri interi relativi, dobbiamo eseguire quindi due processi:

1. La moltiplicazione dei segni

2. La moltiplicazione dei moduli (numeri privati del segno o valori assoluti)

La moltiplicazione dei segni serve per determinare **il segno del risultato**, che si ottiene con la seguente regola:

Fattori con segni <u>concordi</u> danno risultato <u>positivo</u> (+).
Fattori con segni <u>discordi</u> danno risultato <u>negativo</u> (−).

$(+) \times (+) = (+)$

$(-) \times (-) = (+)$

$(+) \times (-) = (-)$

$(-) \times (+) = (-)$

La moltiplicazione dei moduli invece va eseguita per calcolare il **modulo del risultato**.

La si esegue come si fa tra due numeri naturali.

Esempi delle quattro combinazioni dei segni dei fattori che si possono incontrare nella moltiplicazione di due numeri interi relativi:

esempio 1: $(\mathbf{+5}) \times (\mathbf{+3}) = (\mathbf{+15})$

esempio 2: $(\mathbf{-2}) \times (\mathbf{-4}) = (\mathbf{+8})$

esempio 3: $(\mathbf{+6}) \times (\mathbf{-3}) = (\mathbf{-18})$

esempio 4: $(\mathbf{-7}) \times (\mathbf{+5}) = (\mathbf{-35})$

LA DIVISIONE IN Z

Come per l'addizione, la sottrazione e la moltiplicazione, anche nella divisione tra numeri interi relativi dobbiamo tener conto dei segni degli operandi.

Per ottenere il risultato della divisione tra numeri interi relativi, dobbiamo eseguire quindi due processi:

1. La determinazione del segno

2. La divisione dei moduli

La divisione dei segni serve per determinare **il segno del risultato.**

La si opera con la medesima regola utilizzata per determinare il segno di una moltiplicazione
Divisione tra numeri <u>concordi</u> da un risultato <u>positivo</u> (+).
Divisione tra numeri <u>discordi</u> da un risultato <u>negativo</u> (−).

$(+) : (+) = (+)$

$(-) : (-) = (+)$

$(+) : (-) = (-)$

$(-) : (+) = (-)$

La divisione dei moduli invece va eseguita per calcolare il **modulo del risultato**.
Segue le stesse regole utilizzate per la divisione tra due numeri naturali.

Esempi delle quattro combinazioni dei segni che si possono incontrare nella divisione tra due numeri interi:

esempio 1: $(\mathbf{+15}) : (\mathbf{+3}) = (\mathbf{+5})$

esempio 2: $(\mathbf{-4}) : (\mathbf{-2}) = (\mathbf{+2})$

esempio 3: $(\mathbf{+6}) : (\mathbf{-3}) = (\mathbf{-2})$

esempio 4: $(\mathbf{-12}) \times (\mathbf{+4}) = (\mathbf{-3})$

LE POTENZE NELL'INSIEME Z

Si definisce potenza **n-esima** di un numero relativo il prodotto di **n** fattori uguali a quel numero

$a^n = b \qquad a = base \quad n = esponente \quad b = potenza$

$$(-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = -125$$

Se $n = 0 \;\; e \;\; a \neq 0 \qquad a^0 = 1 \qquad \rightarrow \qquad (-4)^0 = 1$

Se $n = 1 \qquad a^1 = a \qquad \rightarrow \quad (+2)^1 = +2 \qquad (-3)^1 = -3$

Se la **base** è **positiva**, la potenza è sempre un **numero positivo**.

Se la **base** è **negativa** si distinguono 2 casi:

- Se l'**esponente** è **pari**, la potenza è un **numero positivo**
- Se l'**esponente** è **dispari**, la potenza è un **numero negativo**

Esempi:

$(-3)^2 = +9$ (base negativa, esponente pari)

$(-3)^3 = -27$ (base negativa, esponente dispari)

PROPRIETA' DELLE POTENZE IN Z

Per le operazioni con le potenze in Z valgono le stesse proprietà viste nell'insieme dei numeri naturali N.

L’INSIEME DEI NUMERI RAZIONALI Q

(teoria)

I NUMERI RAZIONALI Q

A partire dai due insiemi visti finora posso definire un nuovo insieme, chiamato Q.

Un numero appartenente all'insieme Q è chiamato **numero razionale** e si ottiene effettuando la divisione tra due numeri interi, il secondo dei quali diverso da 0.

Il numero può dunque essere scritto come **frazione**:

$$\boxed{\textbf{numeratore}} \longleftarrow \frac{a}{b} \longrightarrow \boxed{\textbf{denominatore}}$$

Dove **a, b** sono numeri interi, ossia appartenenti all'insieme Z.

Il numero **a** prende il nome di **numeratore**, il valore **b** (che deve sempre essere =/ 0) prende il nome di **denominatore**.

Sono ***esempi*** di numeri razionali:

$\frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{6}{15}$ $\quad$ $\frac{17}{3}$

Se il denominatore è uguale a 1 il numero si scrive indicando solo il numeratore, come mostrato nel seguente ***esempio***:

$\frac{5}{1} = 5;$ $\quad$ $\frac{14}{1} = 14;$ e così via.

I numeri razionali sono solitamente scritti sotto forma di **frazione**, ma a volte si possono anche trovare scritti in forma decimale, ossia come risultato della divisione fra numeratore e denominatore.

Sono dunque numeri razionali anche i numeri:

$7{,}45$ $\quad$ $14{,}\overline{2}$ $\quad$ $3{,}4\overline{5}$.

In un numero razionale, scritto nella sua forma decimale, la notazione $\overline{2}$ indica che dopo la virgola, la cifra 2 si ripete all'infinito. Tale notazione prende il nome di **periodo**, e si indica appunto con un trattino sopra alle cifre che si ripetono.

Come passo dalla frazione al numero decimale *(e viceversa)*?

Per passare dalla frazione al numero scritto in forma decimale è sufficiente eseguire la divisione tra numeratore e denominatore.

Per passare dal numero alla frazione distinguo due casi a seconda che il numero decimale abbia o meno un periodo.

- **Se il numero non ha il periodo**: la frazione ha il numeratore dato dal numero considerato interamente, cifre decimali comprese, e il denominatore dato da 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre dopo la virgola.

Esempi:

- $6{,}72$ diventa $\frac{672}{100}$;
- $2{,}3$ diventa $\frac{23}{10}$.

Se il numero ha il periodo: la frazione ha il numeratore dato dalla differenza fra il numero intero, cifre decimali comprese, e il numero che si ottiene considerando solo le cifre che non fanno parte del periodo.

Il denominatore è dato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre non periodiche dopo la virgola.

Esempi:

- $12{,}3\overline{45}$ diventa $\frac{12345-123}{990} = \frac{12222}{990}$.

Si nota infatti come le cifre del periodo siano 2, e quella non periodica sia solo 1, mentre il denominatore è dato così dal numero 990.

- $3,\overline{87}$ diventa $\frac{387-3}{99} = \frac{384}{99}$.

FRAZIONI EQUIVALENTI

Due frazioni si dicono **equivalenti** se il prodotto del numeratore della prima con il denominatore della seconda è uguale al prodotto del numeratore della seconda con il denominatore della prima.

Tali prodotti sono detti prodotti incrociati, e sono facilmente visibili in figura.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \qquad (b, d \neq 0)$$

$$a \cdot d = c \cdot b$$

Esempio: Sono equivalenti le frazioni $\frac{2}{3}$ e $\frac{8}{12}$.

Infatti, i prodotti incrociati nelle frazioni $\frac{2}{3}$ e $\frac{8}{12}$ sono: $2 \cdot 12 = 24$ e $3 \cdot 8 = 24$.

Si nota facilmente che posso ottenere una delle due frazioni a partire dall'altra equivalente, semplicemente moltiplicando o dividendo sia il numeratore che il denominatore per uno stesso numero diverso da zero.

Nell'***esempio precedente***: la frazione $\frac{2}{3}$ mi dà come risultato $\frac{8}{12}$ se moltiplico numeratore e denominatore per 4.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{12}$$

SEMPLIFICAZIONE DI FRAZIONI

Una frazione si dice **irriducibile** (o ridotta ai minimi termini) se numeratore e denominatore sono numeri primi tra loro, cioè se il loro massimo comune divisore è uguale a 1.

Esempi: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{3}{5}$; sono tutte frazioni irriducibili.

Se i numeri non sono primi tra loro, posso dividere entrambi per il loro divisore comune, e ottenere una nuova frazione, equivalente alla prima.

Questo procedimento si può ripetere fino ad ottenere una frazione irriducibile.

RECIPROCO

Data un numero razionale il suo reciproco è quel numero razionale che moltiplicato con il numero razionale di partenza dà come prodotto 1.

Esempi:

$$Il\ reciproco\ di\ \frac{3}{5}\ \text{è}\ \frac{5}{3}, infatti\ \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{5}_1}\cdot\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{3}_1}=1$$

$$Il\ reciproco\ di\ -\frac{11}{7}\ \text{è}\ -\frac{7}{11}, infatti\ \left(-\frac{\cancel{11}^1}{\cancel{7}_1}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{7}^1}{\cancel{11}_1}\right)=1$$

$$In\ generale\ il\ reciproco\ del\ razionale\ \frac{a}{b}\ \text{è}\ \frac{b}{a}\quad (a\neq 0\ \ e\ \ b\neq 0)$$

Si inverte numeratore con denominatore!

RECIPROCO DI UN NUMERO INTERO n:

$\boldsymbol{RECIPROCO\ DI\ n\neq 0}$: $\frac{1}{n}$